¿Qué tan temprano debes planear llegar al aeropuerto? Avinash Dixit pág. 14

▶ Emérito en Economía, Universidad de Princeton

Matemáticas básicas y su efectividad Shing-Tung Yau pág. 16

▶ Medalla Fields 1982

OBSIDIANA

Ciencia y Cultura por México

Mate máticas

AÑO 1, NÚM. 5.
MÉXICO, JUNIO DEL 2023

BÚSCANOS EN NUESTRAS REDES SOCIALES

@Obsidianamx @obsidiana_mex @obsidiana_mex

En el próximo número de *Obsidiana*, hablaremos sobre eclipses.
¡No te lo pierdas! Disponible el domingo 27 de agosto en:

Encarte para suscriptores del periódico Reforma
Portal para suscriptores del periódico Reforma
Web: https://www.obsidiana-mexico.com/
PDF: https://issuu.com/obsidiana_mx

OBSIDIANA
Ciencia y Cultura por México

JUNIO 2023

obsidianadigitalmx@gmail.com

Imagen de portada
Aubin Arroyo
Hecatonicosacoron, 2020

Imagen de contraportada
Aubin Arroyo
8_{10} - Joyería (tríptico), 2016

CONTENIDO

EMERGENTE

LA LLAVE MAESTRA DEL UNIVERSO

...y el hilo conductor de nuestra vida cotidiana.

Lamán Carranza
DIRECTOR GENERAL

@LamanCarranza @lamancarranza @lamancarranza

En este número de *Obsidiana* abrimos las puertas de una ciencia apasionante que suele parecer abstracta, pero en realidad es el lenguaje que nos permite comprender y explorar los fundamentos y orígenes del Universo.

Las siguientes páginas serán, se los puedo asegurar, un viaje lleno de descubrimientos y maravillas, porque las matemáticas son como la llave maestra de todo lo que nos rodea; gracias a ellas y a todas sus aplicaciones, podemos revelar tesoros ocultos del cosmos y del conocimiento.

Sin miedo a exagerar, las matemáticas son el hilo conductor de nuestra vida cotidiana, porque una ecuación puede describir la trayectoria de un avión en un viaje continental o la órbita de un planeta a miles de kilómetros de distancia de la Tierra.

Son también una brújula para el mundo caótico y cambiante en el que vivimos. Los cálculos que hacen aplicaciones como Maps y Waze, y que son en su mayoría de tipo matemático, nos evitan problemas de movilidad y transporte al detectar rutas que eviten el caos y la congestión.

Las matemáticas nos invitan a cuestionar, analizar, pensar críticamente, explorar nuevas teorías y buscar respuestas más allá de lo evidente.

Presentamos en estas páginas razonamientos de matemáticos de talla mundial como Avinash Dixit y Shing-Tung Yau, quienes con sus conocimientos nos mostrarán la belleza y el alcance de esta ciencia. Además, gracias a Kristin Lauter, descubriremos cómo las matemáticas garantizan nuestra seguridad y privacidad en un entorno digital cada vez más complejo.

Aunque a veces no lo notemos, las matemáticas forman parte de nuestra vida; son la balanza de nuestras finanzas, el reloj de nuestro día a día y el equilibrio de nuestras decisiones; están en una receta de cocina o en los avances tecnológicos más asombrosos.

Nos permiten comprender, transformar y mejorar el mundo que nos rodea; así como tomar decisiones informadas, resolver problemas complejos y encontrar nuevas soluciones a los desafíos que enfrentamos como sociedad.

Como bien dijo Galileo Galilei: "El gran libro de la naturaleza, el Universo, está escrito en lenguaje matemático, los caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es imposible comprender humanamente una palabra; sin ellas es un vano vagar por un oscuro laberinto".

Los invito a que se sumerjan en este número de *Obsidiana* para descifrar ese lenguaje. No se preocupen si algunas ideas parecen complicadas al principio, porque incluso las teorías más complejas pueden mostrar su belleza y utilidad si les damos la oportunidad de revelarnos sus secretos.

Dejemos que las matemáticas despierten nuestra curiosidad y asombro. Nademos contra corriente en tiempos en los cuales los libros de texto de los niños de México fueron transgredidos al dejar sólo una decena de páginas para este fundamental lenguaje.

Una brutalidad sin sentido de algunos que, en su ignorancia, no comprenden que las matemáticas son un lienzo en blanco en el cual cada línea trazada, figura geométrica dibujada, fórmula y modelo son una expresión de la creatividad humana.

Las matemáticas también son un motor de progreso en nuestra sociedad, conceptos fantásticamente planteados por nuestros entrevistados: Ingrid Daubechies y Alberto Verjovsky, matemáticos destacados de nuestro tiempo. Ideas coincidentes con las visiones de Rafael Martínez, Enrique Zuazua, Natalia Mantilla, Antonio Capella, Luz de Teresa y José Seade, expresadas en sus retadores textos.

De la mano de Aubin Arroyo, nos adentraremos en el fascinante y estético mundo de los conjuntos y límites matemáticos, a través de los cuales las ideas se agrupan y clasifican para crear una estructura ordenada que permita comprender mejor la realidad que nos rodea, como las piezas de un rompecabezas que encajan perfectamente para formar un panorama completo de conocimiento.

Uno de los pilares del aprendizaje está en cometer errores; así lo explica Laura Ortiz, a cargo del proyecto “Círculos Matemáticos”, que invita a los jóvenes a recordar la importancia y el placer de razonar. Una labor que también impulsa Patricia Domínguez Soto, cuya historia es nuestro perfil destacado.

Las matemáticas son fundamentales para el desarrollo de tecnologías avanzadas, e impulsan el avance en campos tan diversos como la medicina, la ingeniería y la economía. Incluso, están presentes en el arte, y una prueba fehaciente son las obras y el trabajo geométrico, escultórico y visual de Alba Rojo y Julia Carrillo.

Queridos lectores, los invito a explorar el mundo de las matemáticas con mente abierta y curiosidad infinita. Déjense maravillar por las posibilidades que esta ciencia nos ofrece, y permítanse ser desafiados y sorprendidos por la elegancia y la precisión de las estructuras que construye.

Reconozcamos la importancia de fomentar una sociedad más inmersa en el estudio y comprensión de las matemáticas, porque sólo así podremos construir un futuro más brillante y lleno de oportunidades para todos.

¡Disfruten de este número de *Obsidiana* y que las matemáticas los guíen hacia nuevas fronteras de conocimiento y descubrimiento!

RED GLOBAL MX
MEXICANOS CALIFICADOS

RELACIONES EXTERIORES

IME

¿Qué es la Red Global Mx?

La Secretaría de Relaciones Exteriores a través del Instituto de los Mexicanos en el Exterior trabaja de manera coordinada con la Red Global Mx con el objetivo de fomentar los lazos de vinculación con México.

La Red Global Mx es una organización compuesta por la sociedad civil que aglutina a diferentes mexicanos y mexicanas que radican en el exterior y que cuentan con algún tipo expertise o especialidad profesional.

¿Cuáles son sus objetivos?

- Promover actividades de cooperación que fomenten el desarrollo social, científico, tecnológico y económico, tanto en sus países de acogida, como a través de la vinculación con otros países donde haya capítulos y dentro de nuestro país, a través de los Nodos,
- Fomentar el reconocimiento y la buena imagen de México en el exterior.
- Transferir conocimientos y habilidades de las personas mexicanas altamente calificadas en el exterior hacia México.
- Ser puente entre la diáspora y la planta productiva mexicana así como con los sectores académicos, industriales y comerciales, entre una gama vasta de categorías

Actualmente la RGMX se conforma por:

- **72 Capítulos** en **35 países** en **6 regiones** (Latinoamérica, EEUU, Canadá, Europa, Asia- Oceanía y África) los cuales cuentan con gestión autónoma.
- Más de **6000 integrantes.**
- **18 Nodos** dentro del México, conformados por sector privado, público y/o universidades estatales que apoyan a los Capítulos con los proyectos a nivel local.

Algunos Capítulos tienen, además de los proyectos identificados con los sectores estratégicos de la Red Global MX, otros programas de apoyo para la diáspora mexicana, entre los que se encuentran los promovidos por el IME en materia de educación, salud, desarrollo económico, igualdad de género y cultura.

Si necesitas más información escribenos a:
ime@sre.gob.mx

FEMECI
Feria Mexicana de Ciencias e Ingenierías

En el marco de su 25 aniversario, de enero a junio de 2023 la Red Nacional de Consejos y Organismos Estatales de Ciencia y Tecnología, A.C. (REDNACECYT), coordinó la Feria Mexicana de Ciencias e Ingenierías (FEMECI) en la que participaron 176 estudiantes de bachillerato y licenciatura de 19 entidades federativas, a través de 90 proyectos en las categorías de Ciencias Ambientales, Ciencias Básicas, Medicina y Ciencias de la Salud, Ciencias Sociales e Ingenierías.

La ceremonia de premiación de los 30 proyectos ganadores se realizó el 8 de junio en la ciudad de Villahermosa, Tabasco. Destacó la participación del estado de San Luis Potosí, con cinco proyectos ganadores; Tabasco y Coahuila con cuatro; Sinaloa y Chiapas con tres; Guerrero, Quintana Roo y Jalisco con dos, así como Tamaulipas, Colima, Yucatán, Durango y Nuevo León con uno.

La FEMECI tiene por objetivo impulsar la investigación científica y tecnológica entre los jóvenes en los diferentes sistemas educativos de México, así como fomentar las vocaciones científicas a través de la presentación de proyectos científicos, tecnológicos y de innovación, que son evaluados por especialistas en las distintas áreas del conocimiento.

Reiteramos nuestra felicitación a todos los ganadores e invitamos a todas las entidades federativas a participar en la próxima Convocatoria FEMECI 2024.

25 AÑOS REDNACECYT
Red Nacional de Consejos y Organismos Estatales de Ciencia y Tecnología, A.C.

@Rednacecyt REDNACECyT presidencia@rednacecyt.org

FRAGMENTOS

DESARROLLAR MÁS QUE LA IMAGINACI

Olimpiada Mexicana de MATEMÁTICAS

La Olimpiada Mexicana de Matemáticas difunde difunde esta área del conocimiento a través de concursos estatales, nacionales e internacionales. Su Comité Organizador elige y entrena a los equipos para las distintas competencias internacionales en las que México participa. A través de los años, han logrado fomentar la creatividad y el ingenio para la resolución de problemas.

Olimpiada Mexicana de Matemáticas (OMM)

Programa de la Sociedad Matemática Mexicana.

En el año de **1987**, la Sociedad Matemática Mexicana organizó la Primera Olimpiada Mexicana de Matemáticas.

La participación en el concurso nacional es **individual.**

Los **estados** de la República realizan una importante labor apoyando a sus concursantes.

Toda participación de los alumnos en los concursos y entrenamientos es **gratuita.**

Los **ganadores del concurso** nacional asisten a la Olimpiada Internacional de Matemáticas.

México en la Olimpiada Internacional de Matemáticas (IMO, por sus siglas en inglés)

México envía representantes a la IMO desde 1988.

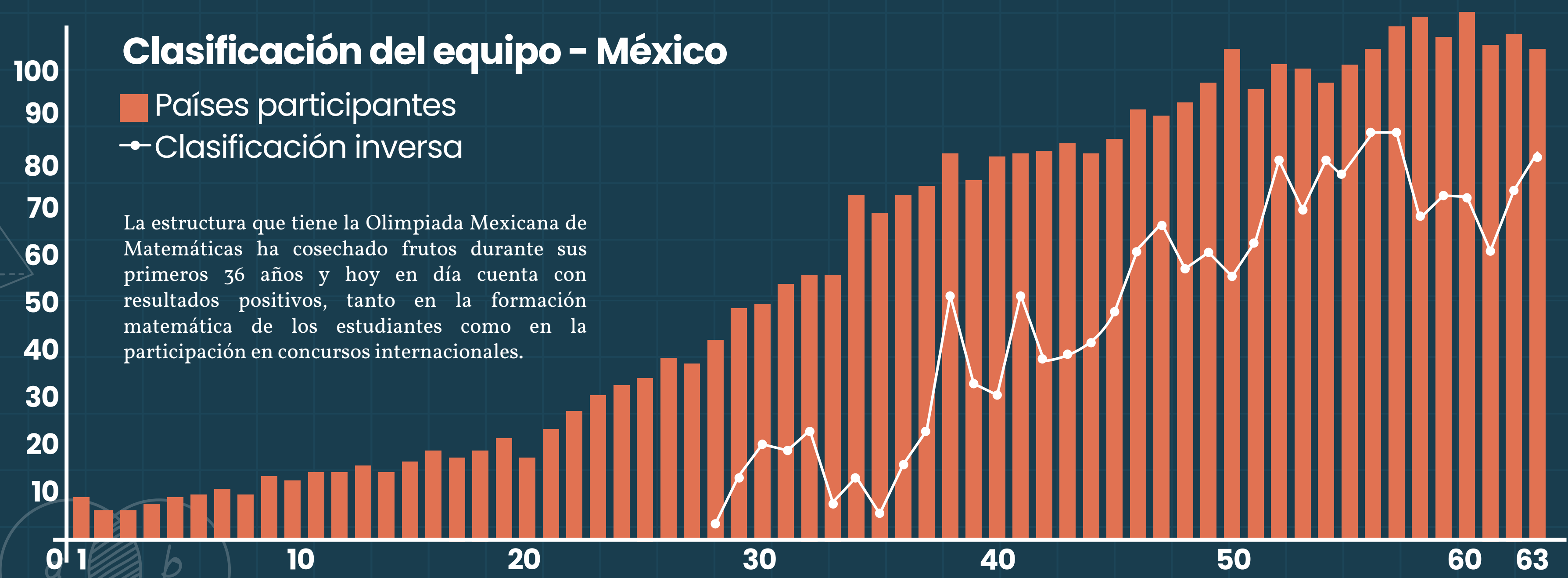
Es la competencia internacional más importante de matemáticas para **nivel medio superior.**

Participan cerca de **100 países,** y se ha organizado por más de 50 años.

Para participar se debe obtener una **medalla** de oro en el concurso nacional y estar entre los seis mejores en el proceso selectivo de los entrenamientos nacionales.

Pueden asistir un máximo de **seis alumnos** y dos profesores por país.

$y = f(x) = 2^x$



La estructura que tiene la Olimpiada Mexicana de Matemáticas ha cosechado frutos durante sus primeros 36 años y hoy en día cuenta con resultados positivos, tanto en la formación matemática de los estudiantes como en la participación en concursos internacionales.

Posiciones de México en la IMO 1981, 1987-2022
Fuente: https://www.imo-official.org/country_team_r.aspx?code=MEX

ÓN: OLIMPIADA MEXICANA DE MATEMÁTICAS

Resultados de las delegaciones mexicanas en la Olimpiada Internacional de Matemáticas (IMO)

Año	País sede	No. de países participantes	Lugar de México
1988	Australia	49	37
1989	Rep. Federal de Alemania	50	31
1990	Rep. Popular de China	54	36
1991	Suecia	55	35
1992	Rusia	56	49
1993	Turquía	73	63
1994	Hong Kong	69	65
1995	Canadá	74	59
1996	India	75	53
1997	Argentina	82	32
1998	Taiwán	75	44
1999	Rumania	81	52
2000	Corea	82	30
2001	Estados Unidos	83	46
2002	Escocia	84	46
2003	Japón	82	41
2004	Grecia	84	37
2005	México	91	31
2006	Eslovenia	90	24
2007	Vietnam	92	37
2008	España	97	37
2009	Alemania	104	50
2010	Kazajistán	97	33
2011	Holanda	101	22
2012	Argentina	100	31
2013	Colombia	97	17
2014	Sudáfrica	101	26
2015	Tailandia	104	19
2016	Hong Kong	110	23
2017	Brasil	112	43
2018	Rumanía	107	36
2019	Reino Unido	113	41
2020	Rusia (virtual)	105	45
2021	Rusia (virtual)	107	34
2022	Noruega	105	23

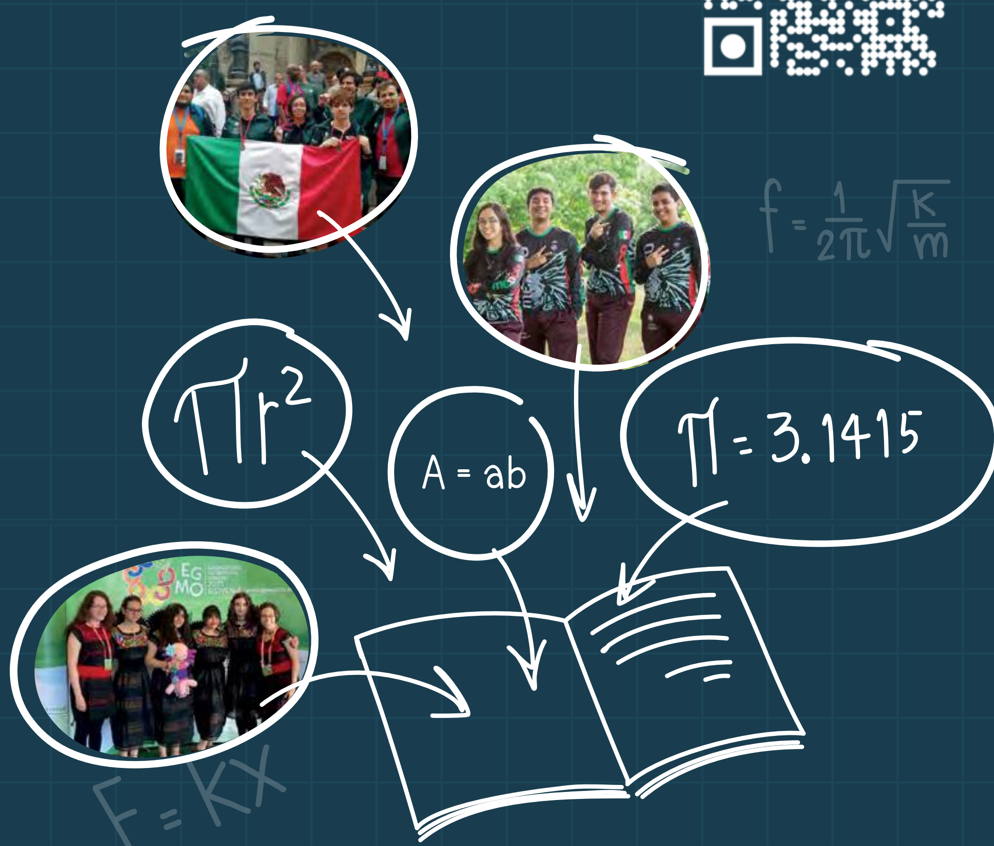
Con información proporcionada por el Comité Organizador de la OMM.

Total de medallas obtenidas por México

Olimpiada	Oro	Plata	Bronce	Mención Honorífica
IMO	4	30	76	40
OIM	31	59	38	4
OMCC	46	28	3	0
APMO	10	31	73	56
EGMO	5	16	16	2
RMM	0	1	6	11

IMO: Olimpiada Internacional de Matemáticas
OIM: Olimpiada Iberoamericana de Matemáticas
OMCC: Olimpiada de Matemáticas de Centroamérica y el Caribe
APMO: Olimpiada de Matemáticas de la Cuenca del Pacífico
EGMO: Olimpiada Europea Femenil de Matemáticas
RMM: Romanian Master of Mathematics

¿Quieres saber más? Consulta el portal de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas



CRUCES Y GLORIETAS

Enrique Zuazua Iriondo
FRIEDRICH-ALEXANDER-UNIVERSITÄT ERLANGEN-NÜRNBERG, ALEMANIA

En 2013, el Nobel de Economía 2021, Alvin Roth, asesoró al equipo de fútbol *Athletic Club* de Bilbao en la asignación de las localidades para los socios del club en el nuevo estadio de San Mamés, construido esencialmente en el mismo lugar que su antecesor, pero mejor orientado, más moderno, seguro, luminoso, a la altura de lo que su apasionada afición aspiraba.

Puede parecer curioso que una cuestión, aparentemente tan sencilla como es trasladar a cada socio de una localidad del viejo estadio a otra similar en el nuevo, necesite de la opinión de una eminencia. Pero así es. Eran más de 43 mil los socios del club y habría sido una tarea imposible de abordar de manera adecuada, es decir, para satisfacción de la mayoría de los socios, sin la ayuda de los mejores expertos.

Y Roth lo es, sin duda. En su día contribuyó, por ejemplo, al diseño de las rutas más eficientes de los autobuses escolares de Manhattan, Nueva York y a la asignación de las donaciones de órganos en Estados Unidos de América, dos cuestiones de gran importancia y cuya complejidad podemos imaginar. Es lo que en matemáticas denominamos el "diablo de la dimensión", que se refiere a problemas aparentemente sencillos, cuando son pocos casos, pero irresolubles en cuanto éstos aumentan, dado el grandísimo número de posibles soluciones a comprobar.

El uso de las matemáticas para dar solución a este tipo de problemas, denominados "de transporte", viene de mucho tiempo atrás. Y, en el caso del San Mamés, se trata en la práctica de trasladar a cada socio, de manera figurada pero precisa, de su vieja localidad a la nueva.

El matemático francés Gaspar Monge (1746-1818) formuló la cuestión en su mítica *Memoria de la teoría de los escombros y de los terraplenes* (1781), en la que planteaba el problema del transporte óptimo de los escombros que se generan en cualquier construcción, cuestión tan habitual como importante.

¿Son realmente tan imprescindibles y útiles?

Dos siglos más tarde, en 1975, el matemático ruso Leonid Kantoróvich (1912-1986) recibió el premio Nobel de Economía "por su contribución al desarrollo de la teoría de la asignación óptima de recursos". Con su enorme talento matemático se abrió paso como consultor de una agencia pública que buscó su asesoría para optimizar el uso de materias primas en la producción de equipamientos. En los años 50 el interés soviético por mejorar el desarrollo del país ofreció un contexto favorable para su trabajo. Así, en 1959 publicó su obra *El mejor uso de los recursos económicos*, que le valió el Nobel.

Al fin y al cabo, asignar recursos o asientos en un estadio, distribuir riqueza o transportar escombros son problemas que, matemáticamente, admiten la misma formulación y de nuestra capacidad para resolverlos depende, en gran medida, el progreso de la sociedad. A pesar de la larga historia que tiene el estudio de estas cuestiones y del conocimiento que se ha generado, su aplicación adecuada en la administración de recursos y necesidades no está aún del todo conseguida.

En la vida cotidiana, cuando hablamos de transporte pensamos en autobuses, bicicletas, coches, trenes, calles, carreteras, aviones y barcos, pero ignoramos que el diseño y la gestión de rutas son muy complejos. Es fácil imaginar lo complicado que nos resultaría gestionar el tráfico de nuestras ciudades. Tomemos como ejemplo los semáforos: ¿cuánto tardaríamos en fallar en la sincronización de las luces en un cruce con evidente riesgo para autos y transeúntes cuando el verde del peatón no implica el rojo para el coche?

Hace un par de años volvía desde Cuba, donde residía, a su ciudad natal, Iurreta, el célebre escritor vasco Joseba Sarrionandia, tras 36 años de exilio. No pasaron desapercibidas sus declaraciones sobre, por ejemplo, la cantidad de nuevas glorietas con las que se había encontrado al llegar.

Su observación sobre las glorietas me interesó. Todos hemos sido testigos de cómo proliferan en muchas ciudades, pero nunca me había planteado por qué se construyen. Siempre me pareció una manera razonable de resolver el tráfico en un cruce de caminos, que permite mayor fluidez y, en gran medida, hace prescindibles los semáforos.

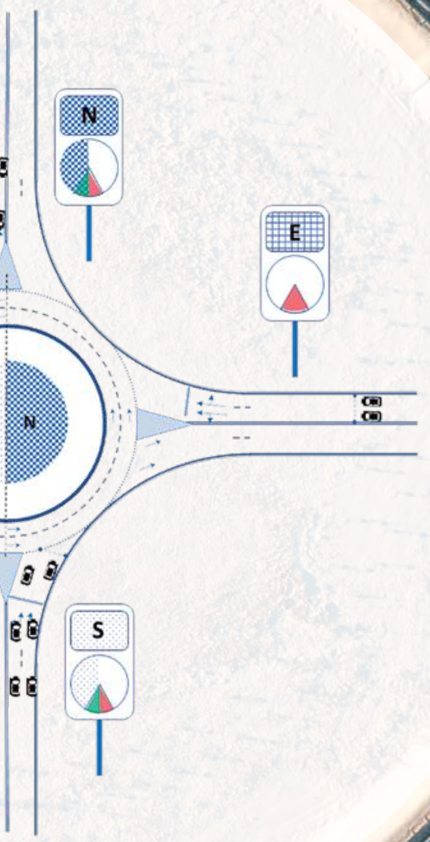
Pero tras los comentarios del literato me asaltó la duda: ¿son realmente tan imprescindibles y útiles las glorietas? Tras leer la entrevista que le hicieron a Sarrionandia me dí cuenta de que, donde vivo, Erlangen, Alemania, apenas hay ninguna, dado que la ciudad y su entorno están repletos de vías peatonales y de ciclistas que se cuidan tanto como calles y carreteras. En este caso se ha optado por fomentar medios de transporte que no requieren, de momento, de glorietas o semáforos. No estoy seguro de que la sustitución sistemática de semáforos y cruces tradicionales por rotondas sea del todo necesaria. Es cuestión de prioridades.

Se trata, en cualquier caso, de algo difícil de valorar. Lo que se desprende de la teoría del transporte de Monge-Kantorovich es que hay muchas maneras de planificar de manera “óptima”, dependiendo de cuál sea el criterio de optimización adoptado. Al fin y al cabo, no deja de ser una elección política, económica, cultural o ecológica que cada urbe hace al momento de abordar la modernización de sus vialidades. ¿Qué construimos, glorietas o carriles para bicicleta, por ejemplo? Y, claro, no vale responder “todo a la vez”, pues los recursos son limitados y no hay espacio para todo.

De hecho, pregunté a mis amigos por el asunto. Algunos me miraron con cara rara y otros simplemente se rieron. Les pareció extraño y gracioso que les consultara sobre las declaraciones del novelista. ¡Deformación profesional!, me dijeron.

Pero, no era yo, ni mucho menos, el primero en interesarse por la cuestión que está ampliamente documentada. Resulta que, si en España hay casi 600 rotondas por millón de habitantes, en Alemania no se llega a las 200, y en Estados Unidos no se llega a las 100. Eso sí, Francia bate todos los récords con casi mil por millón, es decir una por cada mil habitantes.

O sea que la densidad de glorietas no es uniforme, depende de cada país, y en muchos son controvertidas pues no todos saben circular por ellas sin generar peligros. Sin duda es más fácil atravesar un cruce siguiendo la regla de los tres colores de luz de manera disciplinada. También es



Ejemplo de rotonda giratoria síncrona con prioridades rotativas y pelotones escalonados.

El uso de las matemáticas para dar solución a problemas denominados “de transporte”, viene de mucho tiempo atrás.

más aburrido esperar a que cambie el semáforo en rojo, que lanzarse a la rotonda.

No sé cuántas rotondas habrá en Iurreta. Pero habida cuenta de que hay algo menos de 4 mil habitantes, les corresponderían, si trasladáramos la media española, alrededor de media docena.

A pesar de haber satisfecho mi curiosidad numérica seguí pensando que el autor, acostumbrado a utilizar metáforas, algo tendría en mente al aludir a las glorietas. Volví pues a la carga y esta vez pedí a mis amigos que se comprometieran con su opinión. A la mayoría les siguió pareciendo un tema puramente anecdótico. Pero uno de ellos hizo una reflexión: “Conseguimos cotas de poder y autogobierno hasta hace poco inimaginables. Con estas capacidades decidimos dar prioridad a la construcción de museos, carreteras, trenes y glorietas, muchas glorietas, pero en el camino perdimos lo único que nos distinguía: nuestra lengua, el Euskera”. Su respuesta me impactó tanto, que escribí estas líneas que en la primavera de 2021 publicó el rotativo vasco *Deia*.

Dos años más tarde, mi colega y amiga Luz de Teresa, me sugirió escribir un texto de divulgación. Charlamos sobre el transporte óptimo, tema próximo a nuestros intereses de investigación, y le hablé entonces de este artículo. Ella reaccionó divertida comentando que en México se instalan semáforos en algunas glorietas que son peligrosas o saturadas. Hemos pasado, pues, del cruce tradicional con semáforos a las glorietas para después dotarlas de semáforos. Sólo falta que se deconstruyan las glorietas para volver al bien conocido cruce con semáforos. Entre tanto, habremos transportado un montón de escombros deslizándolos por terraplenes. ¡La teoría sigue vigente! No en vano, Monge se ocupó del tema allá por 1780. ¡Todo un visionario, además de genial matemático!

DONDE NADIE VE NI ES VISTO

Las oscuras moradas del ver y del saber

J. Rafael Martínez E.
FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM

Para Sara, a quien un día conoceré.

En el *Himno a Afrodita*, Homero pone en boca de Anquises una declaratoria de visión y vida: "Ten piedad de mí y concédeme que llegue a ser un hombre eminente entre los troyanos, déjame vivir larga y felizmente, viendo la luz del sol, y llegar al umbral de la vejez, un hombre próspero entre la gente". Leído a la ligera, este pasaje podría no ofrecer información relevante; sin embargo, para una sociedad inmersa en las tradiciones y los valores que dieron lugar a esta obra, el fragmento "viendo la luz del sol" era claramente interpretado como sinónimo de estar con vida.

Así se constata cuando la ausencia de vida es referida como sinónimo de carencia de luz y de visión en el Libro 11 de la *Odisea*, en el cual el reino de los muertos es descrito como un paraje sumergido en la oscuridad, donde nadie ve ni es visto.

Tomados como punto de partida, estos elementos son sólo una muestra de una colección impresionante de vocablos sobre luz y visión recogidos en los textos homéricos. Este hecho, por sí solo, nos ilustra sobre la idea griega respecto a la visión como instrumento para conocer y estar en el mundo.

Como se ilustrará más adelante, las formulaciones sobre la construcción del conocimiento en la cultura griega están inspiradas en ideas del ámbito de la visualidad.

Pareciera ser, si aceptamos que las civilizaciones y sus formas de entender y relacionarse con la naturaleza no surgen de improviso, que la racionalidad griega ya se asomaba en los cánticos de Homero. En efecto, lo que nuestro imaginario asume como griego, las más de las veces encuentra raíces en la literatura épica arcaica.

El problema de la visión —que en su tiempo bien pudiera haberse concebido como un enigma—, de su naturaleza y vinculación con el saber, se deja entrever o se desliza entre las líneas que aedos y rapsodas legaron a la posteridad. Esta literatura, inspirada en mitos, creencias e historias de tiempos idos, a su vez exhibe remanentes de formas de entender el mundo, de conjeturas que sólo respondían a la inmediatez de los fenómenos y de conjeturas parciales en las cuales la racionalidad, en general, cedía en jerarquía ante la tradición.

¿Qué tanto nos dice de las ideas acerca de lo fenoménico el enigma que a continuación se presenta bajo la forma de epigrama? El texto reta a identificar a quien se expresa que, cabría esperar, lo hace mediante una especie de susurro: "Si me miras también te miro. Miras con ojos y yo sin ellos pues no tengo ojos. Si así lo desearas, hablaría, aunque sin voz, pues mientras tú posees voz yo lo que tengo son labios que se abren en vano…".

La respuesta nos parecerá obvia: es un espejo el que así se presenta. Sin embargo, un momento de reflexión nos conduce a preguntarnos cómo se genera el escenario, en particular, ¿qué tipo de existencia posee quien emite el desafío? ¿Somos nosotros, al mirarlo, que le conferimos existencia? ¿El ente en el espejo, semejante a quien lo observa, existe *per se* pero su capacidad de ver se cancela si no es visto?

Estas preguntas hoy carecen de sentido pero en su época provocaron especulaciones sobre el fenómeno de la visión, incluso en las arenas filosóficas y de aquello cercano a la incipiente comprensión del mundo, servía de sostén para construcciones racionales sobre el funcionamiento y naturaleza de eso que llamaban alma —una de cuyas facultades era ejercer la *ratio*, fuente de la racionalidad—, concepto al que también se aludía para distinguir a los humanos de otros entes.

> **"Es la voluntad humana la que, luchando contra la ignorancia, irá en pos del conocimiento.**

Las inferencias emanadas de estos planteamientos no eran meros ejercicios de la imaginación y, de hecho, nutrían algunas teorías, aunque sería mejor calificarlas de explicaciones fragmentarias, enarboladas por quienes en tiempos tan lejanos abordaron el problema de la visión.

Demócrito, según lo relata Aristóteles, concebía el acto de ver como uno de reflexión especular, y esto lo hacía inspirado en el hecho de que es posible detectar sobre la superficie ocular de las personas una imagen en miniatura que refleja lo que está en su campo visual (Aristóteles, *De sensu*, 438ª 5-12).

Ciertos temas se repiten en la literatura de la Grecia arcaica, y varios de ellos lo hacen a través de fórmulas lingüísticas —como "ver la luz del sol"— que por su recurrencia pueden considerarse expresiones de los modos de pensar y de transmitir valores culturales de la época.

En particular, las descripciones de situaciones, acciones y percepciones vinculadas con los fenómenos naturales son figuraciones tempranas de lo que, llegado el momento, será integrado a teorías que, en los albores de esa novedosa manera de abordar la comprensión del mundo, ajena a la intervención de deidades u otros entes sobrenaturales, constituyó el primer intento de entender la naturaleza a partir de la observación y la racionalidad.

El nuevo enfoque produjo lo que desde nuestra perspectiva se podrían calificar como innumerables yerros, muchos de ellos rayando en lo absurdo y otros tan infantiles como imaginativos. Con todo, también nos legó múltiples elementos explicativos que con el tiempo se integraron a las formulaciones para explicar lo que ocurría fuera del individuo, es decir, la naturaleza o *phusis* en la terminología griega, como se denominaba a todo aquello sujeto a cambios en nuestro *cosmos*, término que a su vez se refería al mundo sujeto a un "orden", en contraposición al *caos* o "desorden" que, según Hesíodo, había sido el estado original de lo existente.

Lo que parece ser la representación más antigua que tenían los griegos de la visión aparece como respuesta a una interrogante: ¿con qué ve el sol? La respuesta la encontramos en varios pasajes, pero sólo citaremos uno que además alude a lo ya dicho previamente: "… A ellos, incluso el sol brillante nunca los ve con sus rayos", refiriéndose, en este caso, al sueño y a la muerte. Aquí encontramos una descripción del proceso visivo al incluir la noción de "rayos". Estos rayos, después de un largo proceso de uso en distintos contextos en los que sean visuales o producidos por una fuente luminosa, siempre son concebidos como líneas rectas.

Platón y Aristóteles. Por Rafael Sanzio (detalle de *La escuela de Atenas*, 1509).

Este hecho, sin importar si su origen es el ojo o el objeto que es visto, está en la base de las explicaciones del fenómeno de la visión y, en particular, es expresado en la primera de las suposiciones (definiciones) de la *Óptica* de Euclides: "Supóngase que los rayos que salen del ojo van por línea recta, y que entre sí están apartados con alguna distancia". En estas breves líneas se enlazan geometría y naturaleza, para así oficializar una noción cuyo uso ya era común en las expresiones literarias de por lo menos cuatro siglos antes del texto euclidiano.

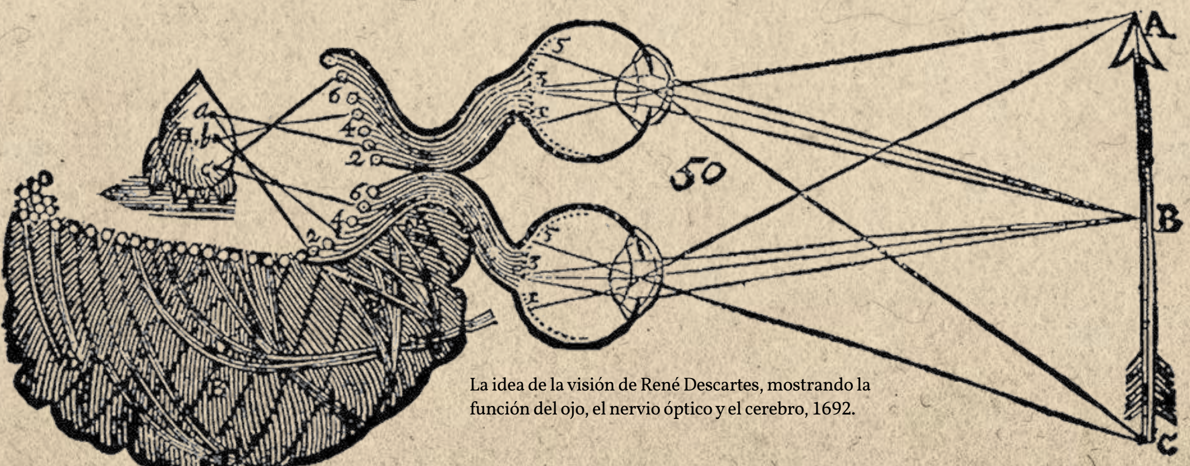
"Las civilizaciones y sus formas de entender y relacionarse con la naturaleza no surgen de improviso.

Con el paso del tiempo, el sentido de la vista se constituyó como el sentido hegemónico. Entrado el siglo IV a.C. encontramos a Platón, Aristóteles y a otros llamados filósofos confrontando sus doctrinas y sabemos que, gracias a ello, se fortalecieron los marcos conceptuales sobre la naturaleza de eso que se venía llamando filosofía.

En ese contexto surge una forma suprema de sabiduría a la que se denominó *theoría*, y que consistía en una elaboración racional de las verdades metafísicas. Con el tiempo pasó a ser sinónimo de "contemplación apasionada", un acto visivo mediante el cual un sujeto se vincula con un objeto —o fenómeno— mediante una mirada obsesiva con la que se pretendía captar su esencia. ¿Y cómo es que se origina el proceso que conduce a la *theoría*? La respuesta aristotélica es contundente: a través de *to thaumazein*, de la sensación de lo maravilloso, de experimentar el azoro, la aporía o perplejidad ante una dificultad lógica aparentemente insuperable.

"… Los hombres —ahora y desde el principio— comenzaron a filosofar al quedarse maravillados ante algo, primero ante lo que comúnmente causa extrañeza y después, al progresar poco a poco, sintiéndose perplejos también ante cosas de mayor importancia como las peculiaridades de la luna, y las del sol y los astros, y ante el origen del Todo" (Aristóteles, *Metafísica*, Libro I, 982b).

En tiempos homéricos, y hasta los de Aristóteles, *to thaumazein*, maravillarse, o *thauma*, lo maravilloso, habla de cuando uno se siente perdido ante aquello que deslumbra o que causa admiración. A partir de esta sensación es la voluntad humana la que, luchando contra la ignorancia, irá en pos del conocimiento, la *theoría*, y podrá mirar y aprehender las causas de lo que es, de lo que se mira. No sorprende entonces encontrar que, en griego, "conocer" (*eidenai*) se enlaza etimológicamente con ver (*idein*), apuntando al peregrinaje del *thauma* a la *teoría*.



La idea de la visión de René Descartes, mostrando la función del ojo, el nervio óptico y el cerebro, 1692.

¿Y QUÉ SERÁ DE LAS MATEMÁTICAS?

México no es una sociedad matemáticamente avanzada

Antonio Capella Kort
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS, UNAM
capella@im.unam.mx

Aparatos científicos de todos los países se volcaron en la búsqueda de respuestas ante la emergencia provocada por la pandemia de COVID-19 en 2020. La sociedad tenía muchas expectativas sobre lo que este grupo de individuos podían decir y hacer al respecto, cosa que generó un acercamiento y escrutinio importante sobre su quehacer y capacidad.

Uno de los temas que generó amplios debates públicos fue el de los modelos que fueron creados en todo el mundo por epidemiólogos, matemáticos, físicos y médicos, para tratar de responder a preguntas sobre la duración de la pandemia, la presión hospitalaria, los posibles comportamientos que pudieran mitigar los contagios o la posibilidad de reapertura de escuelas y lugares de trabajo para reactivar la economía.

Los modelos no siempre coincidían, porque tenían distintos objetivos. En muchos casos, se intentaron usar para propósitos diferentes a los originales, lo cual creó mucha confusión. Un modelo matemático se crea para responder preguntas específicas en condiciones particulares. No existe un único modelo que responda a todas las preguntas.

Los modelos científicos siempre son una representación meramente parcial de la realidad; es por eso que sus interpretaciones dependen de definiciones precisas de las cantidades que nos interesan y las suposiciones que se hacen al crearlo. Generar modelos es parte central del quehacer de las matemáticas, así como de otras actividades de misma naturaleza tales como la computación, las comunicaciones, la ingeniería y las finanzas, entre otras.

> “Un modelo matemático se crea para responder preguntas específicas en condiciones particulares.

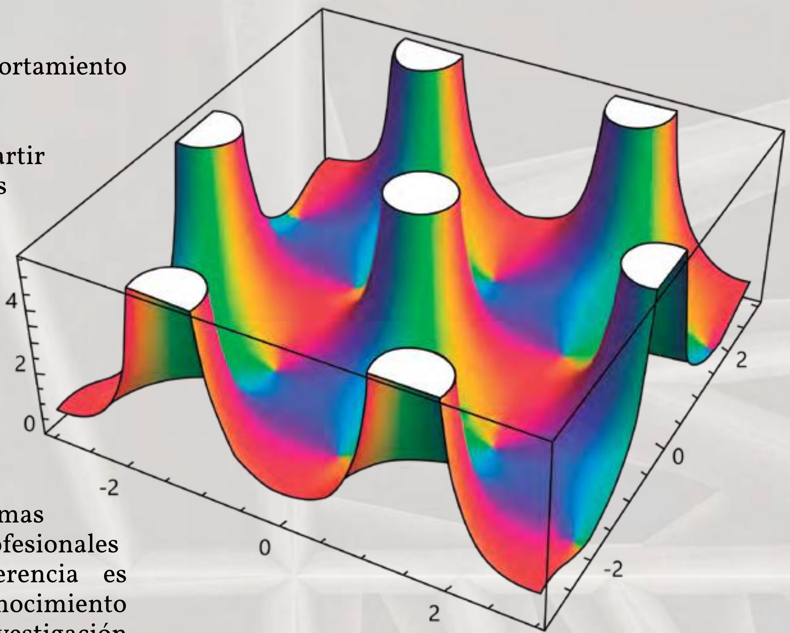
El otorgamiento de préstamos por parte de los bancos y las rutas que nos son sugeridas por las aplicaciones celulares de mapas están basadas en modelos, al igual que la capacidad de ChatGPT para dar respuestas simulando una conversación. El impacto que estas herramientas tecnológicas tienen en nuestra vida cotidiana y cómo modifican nuestro comportamiento es evidente.

Estas herramientas funcionan a partir de algoritmos eficientes o soluciones óptimas, ahí reside el valor de las matemáticas: es la habilidad de crear algoritmos, encontrar soluciones y generar conocimiento nuevo.

El término "matemáticas aplicadas" se usa comúnmente para referirse a la transferencia de capacidades y herramientas a problemas del mundo real. Sin embargo, aquellas usadas para resolver problemas reales son las mismas que empleamos los matemáticos profesionales en la investigación pura. La diferencia es que, en muchos casos, el conocimiento matemático generado en la investigación pura ya migró del ámbito académico a otras áreas del conocimiento y se volvió parte de su práctica común.

Desde el punto de vista de las matemáticas aplicadas, el primer reto es construir modelos que representen adecuadamente el problema real. Así como no existe camino único para llegar de un lugar a otro, tampoco algoritmo único que permita construir modelos.

¿Cómo planteamos este problema? Haciendo explícitas las hipótesis sobre las que se deriva el modelo, preguntándonos lo que representa realmente, cuáles son sus limitaciones y desarrollando una manera de interpretar los resultados. Una vez que se tiene el modelo, se elige entre todas las herramientas matemáticas[1] disponibles para avanzar hacia la solución del problema o, al menos, obtener perspectivas nuevas sobre cómo abordarlo. Si las herramientas existentes no son suficientes, se abren nuevas preguntas e incluso áreas de investigación en las matemáticas. En este sentido, las matemáticas evolucionan y crecen para resolver estos nuevos problemas.



Primera función elíptica de Weierstrass.

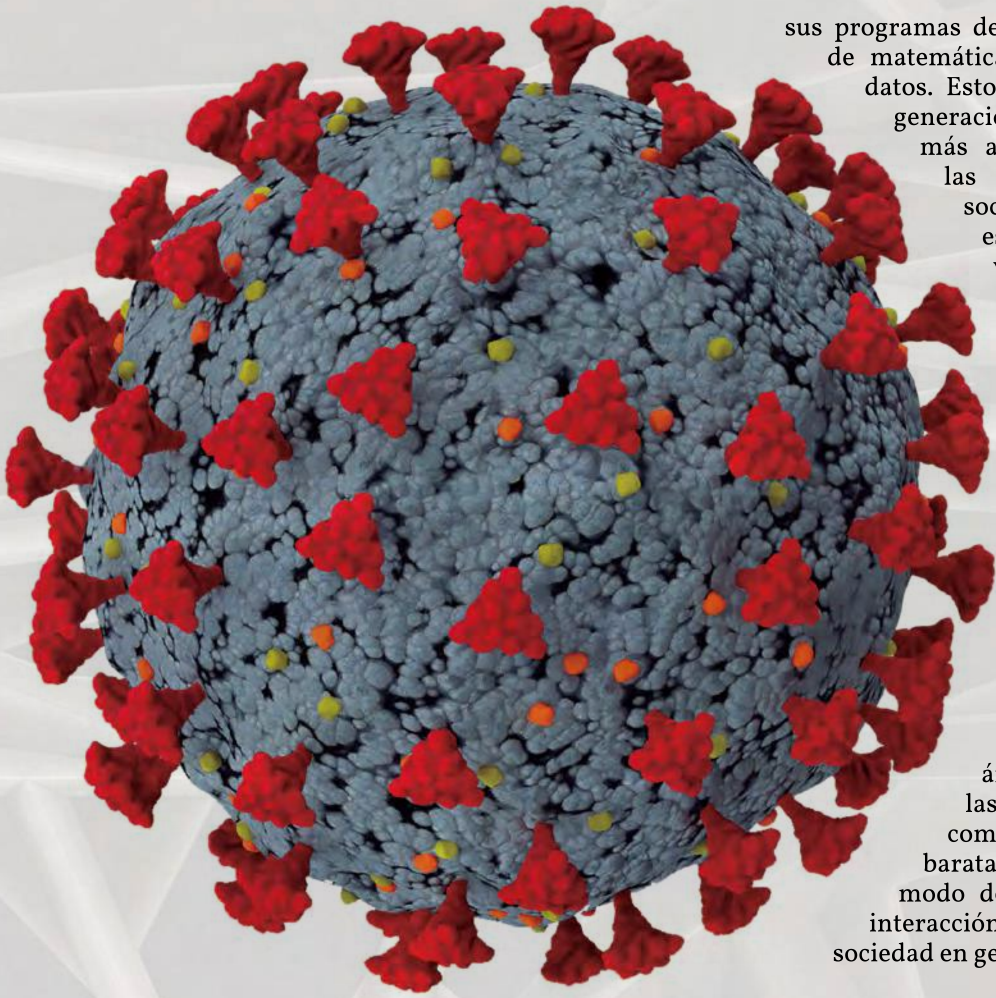
El segundo reto es que los resultados de estos modelos están encriptados en un lenguaje arcano, propio de las matemáticas. Así como el médico, el matemático o modelador necesita construir la confianza de los dueños del problema en su trabajo de modelación y en la interpretación que el matemático hace de los resultados en términos del problema original. La forma más rápida de perder la confianza en la capacidad de las matemáticas aplicadas y los matemáticos es creando modelos que, aun siendo matemáticamente correctos, sean inútiles para encontrar la solución del problema real.

En sociedades matemáticamente avanzadas, esta red de confianza se teje entre instituciones académicas, sociedades científicas, sectores industriales, de gobierno y sociales, pero, sobre todo, por los casos de éxito. Por ejemplo, en 2013, un reporte de la compañía Deloitte destacó que 10% de los trabajos y 16% del Producto Interno Bruto (PIB) total del Reino Unido eran resultado de desarrollos matemáticos[2].

México no es una sociedad matemáticamente avanzada en este sentido. Las redes de confianza son prácticamente inexistentes, los casos de éxito aislados y las políticas públicas deficientes para fomentar los espacios para construirlas. Por

[1] Por herramientas matemáticas nos referimos aquí a algoritmos o teoremas que nos permitan resolver, o al menos obtener, información no obvia sobre el problema.

[2] Measuring the Economic Benefits of Mathematical Science Research in the UK. (2013). En *The Institute of Mathematics and its Applications*. Deloitte. Recuperado en mayo de 2023, de http://www.ima.org.uk/_db/_documents/Deloitte_report.pdf



un lado, los matemáticos profesionales ven con recelo cualquier intento de medir el impacto de las matemáticas en términos de su “utilidad”.

Por supuesto que no todas las matemáticas deben ser evaluadas en estos términos, no obstante, esta es una métrica válida en algunos casos. Por otro lado, los sectores productivos no tienen confianza para invertir en la creación de herramientas matemáticas complejas, cuyo desarrollo puede requerir mucho tiempo. La falta de redes de confianza y proyectos a largo plazo hacen que en la academia no se entrene a las nuevas generaciones de matemáticos para tener la capacidad de interactuar con distintos sectores.

Finalmente, las políticas públicas recientes, que se basan en un control centralizado de las líneas de investigación oficialmente consideradas útiles, van en contra del sentido natural de la innovación; los problemas aparecen en todos los ámbitos y las soluciones se dan en la medida que exista interacción heterogénea entre todos los sectores. El poder de decisión real sobre las líneas de investigación es lo que da lugar al desarrollo de capacidades diversas y conocimiento nuevo.

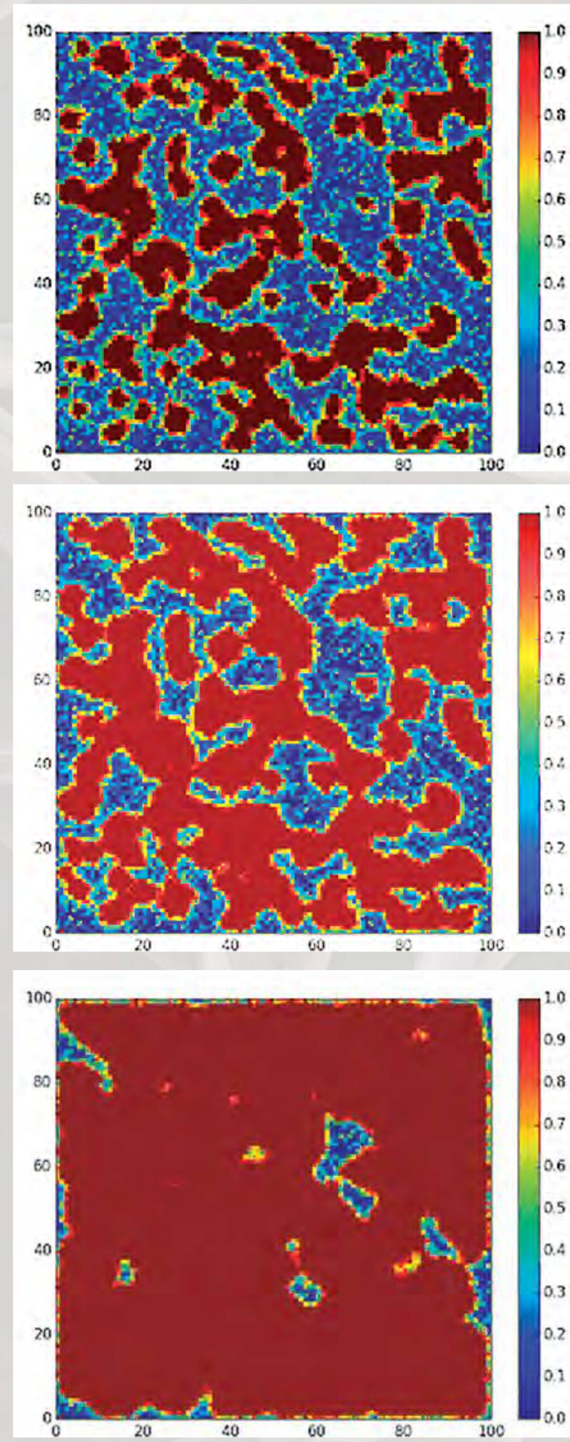
En los últimos años, algunas instituciones públicas y privadas han tomado la iniciativa de modificar sus programas de estudio creando carreras de matemáticas aplicadas y ciencia de datos. Esto permite entrenar nuevas generaciones con una visión más amplia sobre el papel de las matemáticas en nuestra sociedad. ¿Cuáles de estos esfuerzos son exitosos? Se verá en los próximos años.

Sin embargo, aún tenemos que impulsar la creación de estas redes de confianza donde tanto los matemáticos profesionales estén dispuestos a interactuar con los sectores productivo, social y gubernamental como que éstos confíen en la capacidad de los matemáticos para dar soluciones. Esto último aplica a todas las áreas de la ciencia. Como las matemáticas son, en comparación, relativamente baratas, cabe imaginarlas a modo de punta de lanza para la interacción entre las ciencias y la sociedad en general.

La imagen del matemático como un individuo solitario, que consume café y trabaja en problemas incomprensibles es cada vez más lejana a la realidad. Para hacer matemáticas aplicadas se necesita un ambiente vital y productivo, donde la interacción humana es la clave; esencialmente, una atmósfera interdisciplinaria para el intercambio constante de preocupaciones, problemas e ideas.

“

El primer reto es construir modelos que representen adecuadamente el problema real.



Simulación espacial del modelo SIR (Susceptible, Infecciosa o Recuperada). Cada célula puede infectar a sus ocho vecinas inmediatas.

TERRITORIOS DESCONOCIDOS DESDE LA COMODIDAD DE UN ESCRITORIO

Natalia B. Mantilla Beniers
CENTRO DE CIENCIAS DE LA COMPLEJIDAD Y FACULTAD DE CIENCIAS, UNAM

Vamos por la vida formulando teorías: que Luisa se peleó con Marco, porque no hemos visto que se junten; que se avanza más rápido por calles pequeñas porque atraen menos tránsito; que el Sol gira en torno de la Tierra porque lo vemos atravesar el cielo de Este a Oeste en el transcurso del día. Esas teorías retratan nuestra comprensión de lo observado y, en algunos casos, nos llevan a especular cómo será el desarrollo de los sucesos a partir de lo conocido. Sin embargo, usualmente falta precisión en la expresión de nuestra teoría, lo que vuelve difícil conocer cuáles son realmente sus consecuencias.

Al hacer un modelo formal nos interesa tener exactitud en la expresión de los supuestos de nuestra teoría; la elección de objetos a representar en el modelo busca captar qué interviene de manera fundamental en la situación de interés, tomando en cuenta nuestros objetivos y descartando sólo lo que tiene importancia menor. En el proceso de formalización, las matemáticas nos ofrecen vías de expresión transparentes y diversas.

Cuando logramos plasmar nuestras hipótesis en un modelo matemático, podemos estudiar las consecuencias precisas de éstas y dejar de lado la especulación vaga. Además, un modelo matemático informa, a cualquier observador u observadora externa, cuáles son los supuestos que lo conforman. Es por ello que las matemáticas han servido para evaluar qué teorías explican, en mayor o menor grado, distintos fenómenos.

Ejemplos notables del poder de las matemáticas se tienen en la física, donde se han planteado y evaluado numerosas teorías, algunas de las cuales fueron desechadas en su momento (por ejemplo, que el Sol gira en torno de la Tierra). Esta posibilidad de demostrar que una teoría es incorrecta es central al desarrollo científico, y su formulación en el lenguaje de las matemáticas ha ayudado muchas veces a evaluar y corregir errores en diversas teorías.

A veces, ampliar el horizonte de nuestras observaciones o tomar en consideración más elementos de los que ya estaban en nuestro modelo lleva a descubrir lo erróneo de nuestras hipótesis. Por ejemplo, si además de registrar a lo largo del tiempo la trayectoria del Sol en el firmamento desde nuestro punto de observación en la Tierra, anotamos la que siguen otros planetas, podremos cuestionarnos la explicación inicial a nuestra observación de la trayectoria solar. En particular, al rastrear la trayectoria de Marte veremos que tras 779 días regresa a su posición inicial, pero en ese lapso describe una trayectoria aparentemente veleidosa, pues va en una dirección y luego regresa.

En 1543, Nicolás Copérnico observó que era más fácil entender el movimiento de muchos cuerpos celestes si se suponía que giraban, igual que la Tierra, en torno del Sol. Esta descripción de sus movimientos, basada en las observaciones, era mucho más simple que la que ponía a la Tierra al centro del sistema solar. Si bien la sencillez no basta para dar validez a una teoría, sí le da atractivo.

Las matemáticas nos ofrecen vías de expresión transparentes y diversas.

La propuesta de Copérnico cobró mucha más solidez cuando las leyes del movimiento que formuló Newton, combinadas con la ley de la gravitación, proporcionaron una explicación a la forma de las trayectorias planetarias. Estas leyes mostraron que un cuerpo describe una elipse cuando su desplazamiento está sujeto a la inercia, que ocasiona que se mueva en línea recta, y la atracción gravitacional, que lo jala hacia otro cuerpo más masivo, distorsionando la trayectoria inercial. Estas fuerzas actúan en simultáneo sobre los planetas del sistema solar y nos permiten entender el origen de las órbitas de los planetas propuestas por Copérnico.

Diagrama del heliocentrismo copernicano.

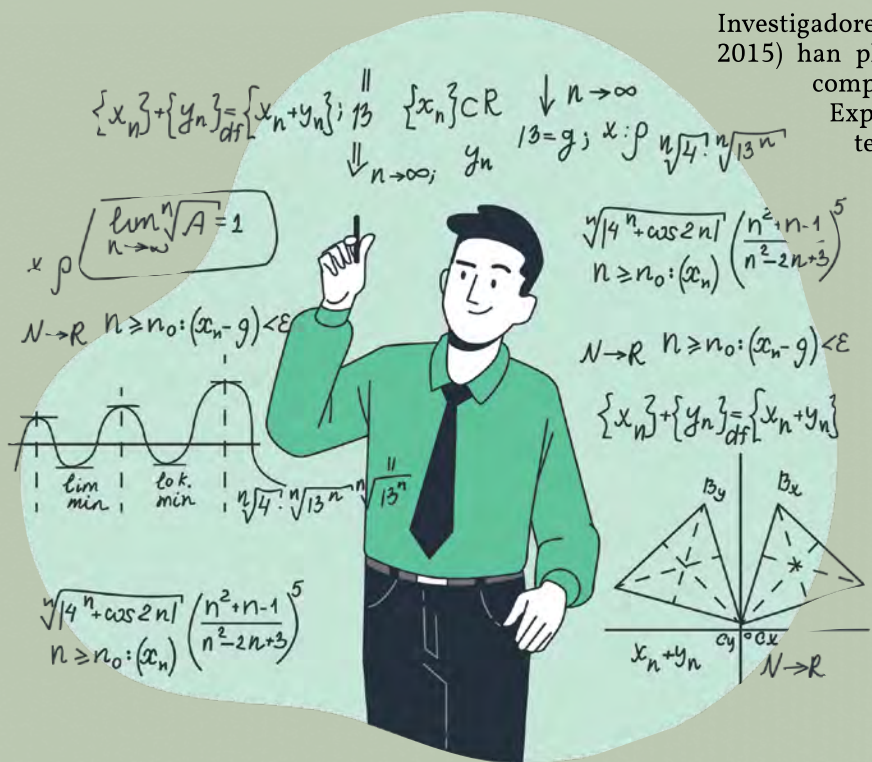
Vale la pena notar que la necesidad de retratar el cambio (por ejemplo, de la posición de un cuerpo con el transcurso del tiempo) llevó al desarrollo del cálculo diferencial. Esta sinergia entre disciplinas ilustra el crecimiento recíproco que frecuentemente caracteriza la relación entre áreas del conocimiento humano, y no sólo entre física y matemáticas.

Dado que muchas áreas del conocimiento intentan dar explicación a la forma en que evoluciona algo (el tamaño de una población, los precios de productos en el mercado, la distribución de una especie en un territorio, etc.), el cálculo ha brindado una herramienta muy útil al conocimiento humano. Se puede, por ejemplo, captar el supuesto de que la velocidad de cambio del tamaño de una población es proporcional a su propio tamaño. La expresión que recoge este supuesto lleva a la conclusión de que una población sujeta a esa ley de cambio crecerá (o disminuirá) de forma exponencial. Malthus usó esa predicción para argumentar que la población humana estaba destinada a sufrir por la escasez de recursos a la que llevaría en el futuro tal explosión poblacional, bajo el supuesto de que el crecimiento en la producción de alimentos sería demasiado en comparación.

Sin embargo, la humanidad ha ido incrementando su capacidad de producir alimentos, modificando con ello, una y otra vez, los límites al crecimiento poblacional. También ha disminuido la tasa de natalidad, si bien esto se ha visto algo compensado con reducciones a la tasa de mortalidad. Estas observaciones no le restan mérito al modelo malthusiano, pues brindó un marco claro, con supuestos bien definidos, para pensar en las posibles consecuencias del crecimiento poblacional sin límites.

Un modelo matemático informa, a cualquier observador, los supuestos que lo conforman.

Otra virtud de los modelos matemáticos es que nos dan espacio a explorar situaciones que sería costoso o imposible estudiar en el laboratorio, o en el sistema que representan. Con ello podemos evaluar distintos escenarios y tomar decisiones más informadas. En el estudio del cáncer los modelos formales han permitido explorar terrenos de difícil acceso y brindar explicación a resultados inesperados.

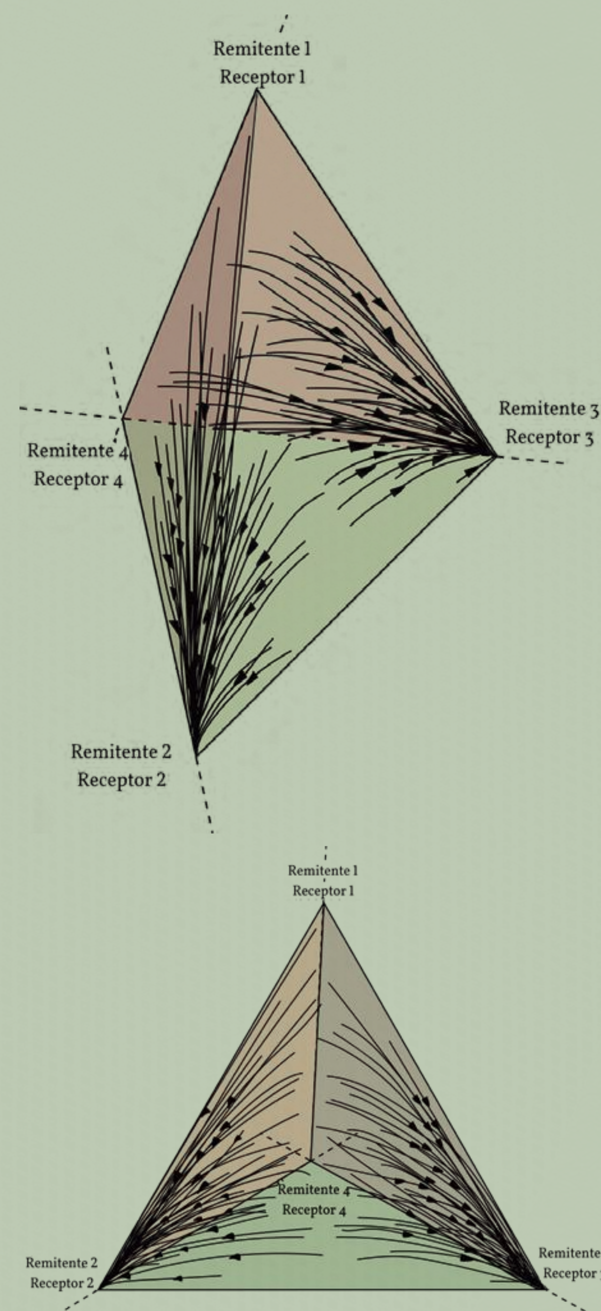


El uso de una rama llamada teoría de juegos evolutiva para representar poblaciones de células tumorales de dos tipos ha llevado a entender cómo pueden coexistir. Esos dos tipos corresponden a células productoras de factor de crecimiento y aquéllas que no lo producen, pero se benefician del que ya hay. El factor de crecimiento ayuda a la proliferación celular, y contribuye al crecimiento de la población tumoral. Las células que no lo producen pueden pensarse como elementos "gandallas" que sólo cosechan el recurso disponible, sin "pagar" el costo de producirlo.

En esta situación, la relación entre costo y beneficio, define la viabilidad de cada tipo celular en el mediano y largo plazo. Esta relación se puede alterar si se realizan intervenciones sobre el sistema: agregar o remover factor de crecimiento, modificar el alcance de su difusión en el espacio; introducir células de cualquiera de los dos tipos mencionados. En el modelo matemático es de hecho más fácil cambiar (directamente) la relación costo-beneficio, y observar las consecuencias de hacerlo.

Investigadores como Marco Archetti (2013, 2015) han planteado modelos matemáticos que complementan con trabajo de laboratorio. Exploran sus hipótesis reelaborando la teoría en repetidos ciclos experimento-modelo-predicción. Una de las consecuencias más importantes de su trabajo es que pone en evidencia la importancia que tienen los procesos evolutivos en la dinámica del cáncer: si introducimos un medicamento que reduce el factor de crecimiento en el tumor, se ejerce una presión que selecciona una mayor proporción de células productoras de factor de crecimiento, con lo cual se fomenta, en el mediano plazo, el crecimiento del tumor. Esto ofrece una explicación a por qué pacientes que mostraron una buena respuesta inicial a este tipo de terapia pueden presentar recurrencias o recaídas.

Como puede verse, matematizar nuestras teorías ofrece múltiples beneficios y constituye un impulso vital al desarrollo de nuevas herramientas matemáticas. Cuando un problema resiste nuestros intentos de matematizarlo abre la posibilidad de que ideas nuevas, de nuevas mentes, formulen rutas creativas para abordarlos. Eso contribuye a que las matemáticas sigan creciendo, en un ir y venir entre lo concreto y lo abstracto.



Espacio de estados bajo la dinámica del replicador continuo para el juego emisor-receptor consistente en dos estados del mundo, dos señales y dos respuestas, en el que los jugadores están restringidos a utilizar una de las cuatro estrategias anteriores.

REFERENCIAS

Archetti, M. (2013). Evolutionary game theory of growth factor production: implications for tumour heterogeneity and resistance to therapies. *British journal of cancer*, 109(4), 1056-1062.

Archetti, M., Ferraro, D. A., & Christofori, G. (2015). Heterogeneity for IGF-II production maintained by public goods dynamics in neuroendocrine pancreatic cancer. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 112(6), 1833-1838.

Avinash Dixit
UNIVERSIDAD DE PRINCETON

www.princeton.edu/~dixitak/home/wrkps.html

Avinash Dixit nació en Bombay, India (ahora Mumbai) en 1944, donde realizó sus estudios de licenciatura en matemáticas y física; continuó con el grado de B. A. en la Universidad de Cambridge (Inglaterra), también en matemáticas, y se doctoró en economía, en el Instituto de Tecnología de Massachusetts (MIT, por sus siglas en inglés), en 1968.

Fue profesor del MIT y en las universidades de California (Berkeley), Oxford, Warwick y, desde 1989, en Princeton, donde es Profesor Emérito en Economía desde 2010. Fue presidente de la *Econometric Society* (Sociedad Econométrica) y presidente de la *American Economic Association* (Asociación Americana de Economía).

Sus investigaciones cubren la teoría microeconómica, teoría de juegos, comercio internacional, organización industrial, economía pública y teorías del crecimiento y desarrollo.

A Dixit se le conoce, entre otras cosas, por su pensamiento estratégico, y por su famoso libro *Games of Strategy*, que ya va en la quinta edición.

Su breve ensayo *¿Qué tan temprano debes planear llegar al aeropuerto?*, que escribió exclusivamente para *Obsidiana*, muestra cómo un sencillo problema de nuestra vida cotidiana, conlleva una serie de variables a considerar, e ilustra la importancia de las matemáticas en la toma de decisiones en problemas de economía.

¿QUÉ TAN TEMPRANO DEBES PLANEAR LLEGAR AL AEROPUERTO?

Profesionistas ocupados toman muchas decisiones sobre la distribución de su tiempo, mismas que pueden tener consecuencias importantes. Decidir, por ejemplo, con qué anticipación llegar al aeropuerto para tomar un vuelo, es uno de los problemas más frecuentes. La mayoría de nosotros lo hacemos instintivamente; algunas matemáticas simples nos permiten ser más sistemáticos y cuantitativos.

El balance de consideraciones es claro. La hora exacta de salida de tu casa o del hotel, para tomar tu vuelo, está bajo tu control. Pero la hora de llegada a la puerta de abordaje, es incierta: está sujeta a los caprichos del tráfico en el camino, la fila de seguridad en el aeropuerto y otros factores.

Si estas condiciones son favorables y llegas antes de que sea la hora en que inicia el abordaje del avión, estarás perdiendo algo de tiempo. Incluso con un buen salón y acceso a internet, ese tiempo no será tan productivo o agradable como el que se pasa en la oficina o en el hogar. Si llegas tarde, perderás tu vuelo y es posible que te pierdas de una reunión o conferencia importante. Si llegas a tiempo, abordarás tu vuelo pero habrá consecuencias importantes al perder un tiempo de calidad, que podrías haber pasado con tu familia en casa.

La técnica matemática para calcular el mejor balance de estos costos y riesgos es una rama de la llamada *investigación de operaciones* (o microeconomía), conocida como "optimización bajo incertidumbre". Expresa cada resultado posible (hora de llegada a la puerta) como una función de la variable de decisión (hora de inicio) y la variable aleatoria (retraso en el camino).

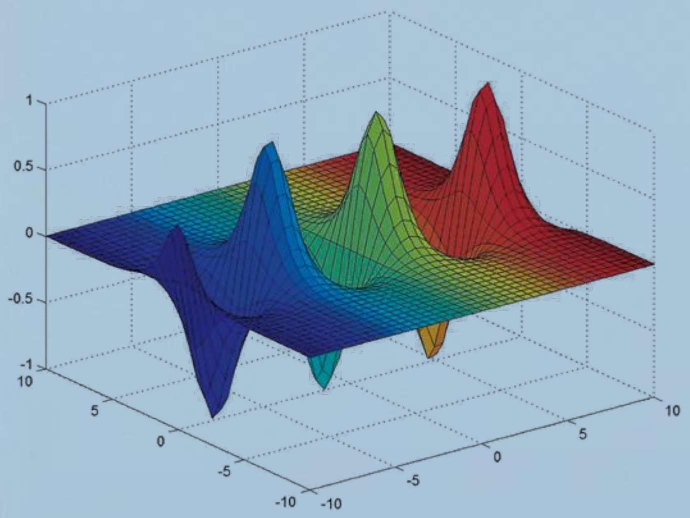
Algunas matemáticas simples nos permiten ser más sistemáticos y cuantitativos.

Multiplique cada resultado posible por su costo (pérdida de tiempo o reunión perdida) y probabilidad (que proviene de la distribución de la variable aleatoria). Esto le da la expectativa matemática (suma ponderada de probabilidad) del costo de su decisión. Debe elegir su variable de decisión para minimizar este "costo esperado".

El aspecto novedoso de esta aplicación, en comparación con muchas otras aplicaciones de la teoría de optimización, es la asimetría del costo en los dos lados del tiempo final de embarque. Si te adelantas *m* minutos, desperdicias *m* minutos; el costo es proporcional al tiempo. Si llegas aunque sea un minuto tarde, pierdes el vuelo y eso tiene un costo fijo, que puede ser una hora si los vuelos son muy frecuentes, como en un servicio de enlace (o puente aéreo) de Nueva York a Washington, o pueden ser varias horas si el vuelo es transatlántico, o hasta un día entero o más, dependiendo del punto de salida y el destino. A esta pérdida de tiempo

deben agregarse los costos monetarios de cambiar el vuelo y el costo profesional de perderse una reunión o congreso, o el costo personal de perder un día en casa o un día de vacaciones.

Supón que planeas llegar x minutos antes a la puerta de abordaje de tu vuelo. Sea y el retraso aleatorio en tu transporte terrestre, la cola para pasar seguridad en el aeropuerto, etc., por lo que tu hora real de llegada es $(x - y)$ minutos antes. El "retraso" puede ser negativo: por ejemplo, si el tráfico en la carretera fue excepcionalmente ligero, o si tomas un tren o un autobús programado para un horario anterior al esperado, o si la cola para pasar seguridad se mueve muy rápido. Entonces, para simplificar la notación, permitimos que la variable aleatoria y tome cualquier valor entre menos infinito, $-\infty$, e infinito, ∞. Sea $f(y)$ la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria. Es decir que $f(y)dy$ es la probabilidad de que el resultado aleatorio esté en un pequeño intervalo de longitud dy con respecto a la variable y.



Función objetivo no convexa: Combinación no convexa de distribuciones Gaussianas.

Si $x - y > 0$, significa que estás llegando demasiado temprano y desperdicias $(x - y)$ minutos. Supón que valoras cada minuto en a, por lo que el costo total de este tiempo perdido es $a\,(x - y)$. La probabilidad es $f(y)dy$. El producto de la probabilidad y el costo deben sumarse (en el lenguaje matemático, integrarse) con respecto a la variable y, desde su límite inferior $(-\infty)$ hasta su límite superior, correspondiente al valor en el que llegas demasiado pronto, es decir, $y = x$. Si $x - y < 0$, pierdes el vuelo e incluso el error más pequeño conlleva un costo fijo; supongamos que este costo es k. Se debe realizar una integración similar con respecto a la variable y (a continuación desarrollaré de acuerdo con el concepto de integración, si lo conocen disfrútenlo; si no es así, los invito a la parte de conclusiones, donde explicaré los posibles escenarios). Sumando todas estas partes, la expectativa matemática de pérdida de su elección es:

$$L(x) = \int_{-\infty}^{x} a(x - y)f(y)dy + \int_{x}^{\infty} kf(y)dy.$$

Debes elegir x para minimizar $L(x)$. Usando un poco de álgebra, vemos que el x óptimo emerge como la solución a la ecuación:

$$\frac{f(x)}{F(x)} = \frac{a}{k},$$

donde $F(x)$ es la probabilidad acumulada de llegar demasiado pronto $(y < x)$, que se expresa como:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(y)dy.$$

He hecho este cálculo para varios escenarios; aquí algunos ejemplos de los resultados.

Si el servicio de vuelos es frecuente y perdemos sólo una hora, entonces $a/k=1/60=0.01667$; la x óptima es de casi 17 minutos y la probabilidad de perder el vuelo es de alrededor del 14%.

Si el vuelo es transatlántico y suponemos que perderlo significa un retraso de seis horas, entonces $k = 360\ a$; incluso dejando de lado todos los costos no relacionados con el tiempo de perder el vuelo. Entonces $a/k= 0.00278$. La x óptima es 32 minutos, y la probabilidad de perder el vuelo es de 1.64%.

La hora exacta de salida de tu casa o del hotel, para tomar tu vuelo, está bajo tu control. Pero la hora de llegada a la puerta de abordaje del vuelo, es incierta.

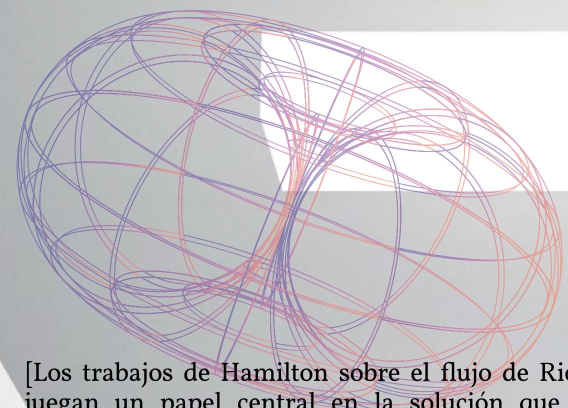
Si perder el vuelo conlleva un retraso de un día completo, entonces $a/k=1/(24 \times 60)=0.000694$. La x óptima es un poco más de 40 minutos y la probabilidad de perder el vuelo es sólo alrededor del 0.35%.

Los números sugieren que los profesionistas ocupados que eligen racionalmente su hora de partida, ocasionalmente perderán sus vuelos locales, pero rara vez perderán un vuelo internacional.

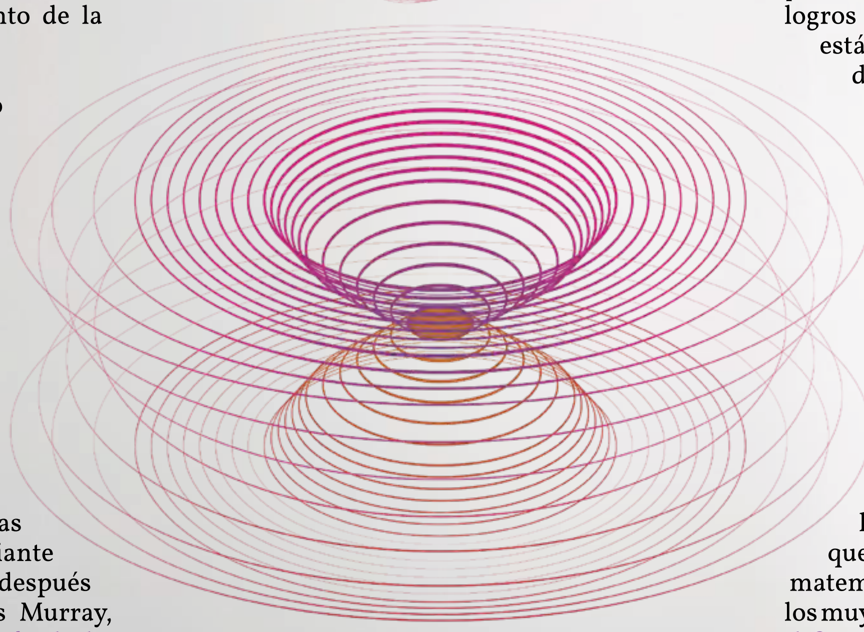
Un documento con más detalles de las matemáticas en esta nota, y una hoja de cálculo de Excel para hacer los cálculos, están disponibles en mi sitio web: **http://www.princeton.edu/~dixitak/home/wrkps.html**, en la sección *Some fun applications of math* (Algunas aplicaciones divertidas de las matemáticas).

Te invito a compartir esa diversión resolviendo tales problemas para tus propias probabilidades específicas de tráfico en el camino y demoras en la cola de seguridad en el aeropuerto, y el costo de tu tiempo *versus* los costos de perder el vuelo. Incluso puedes hacer esto por separado para cada uno de tus viajes, ya que es probable que tengan diferentes costos no monetarios (diferentes k) por perder los vuelos.

MATEMÁTICAS BÁSICAS Y SU EFECTIVIDAD



Shing-Tung Yau
MEDALLA FIELDS 1982



Escribo acerca de la efectividad de las matemáticas básicas en ciencia y tecnología. Llevo más de 50 años trabajando en matemáticas; escribí mi primer trabajo de investigación en 1970, cuando era estudiante de primer año de posgrado en Berkeley. Desde entonces, siempre me ha entusiasmado el encanto de la investigación en matemáticas.

Al principio, mi interés estaba centrado en las matemáticas puras. El tema de mi tesis fue sobre la **topología de variedades con curvatura no positiva** [las variedades son objetos geométricos de suma importancia]. Pronto sentí que el tema en que trabajaba no era lo suficientemente amplio como para cubrir otros campos apasionantes de la ciencia, así que empecé a estudiar la relatividad general, que es un campo de la física muy cercano a la geometría.

Un día, súbitamente me percaté de que las leyes básicas de la física se describen mediante ecuaciones diferenciales parciales y, después de estudiar extensamente con Charles Murray, me convencí firmemente de que la **teoría de la ecuaciones diferenciales parciales no lineales** es la herramienta fundamental para estudiar la geometría. Comencé a trabajar con mis alumnos y amigos siguiendo este punto de vista, y en pocos años logramos construir una versión moderna de un área conocida como análisis geométrico.

Varios problemas importantes en geometría han sido resueltos desde entonces por este camino, y los resultados se han utilizado a su vez para construir importantes estructuras como las **métricas de Kähler-Einstein**, entre otras. También se han usado para resolver varios importantes problemas clásicos en geometría algebraica, y eso atrajo la atención de muchos matemáticos.

En la década de 1980, hubo trabajos espectaculares de Hamilton sobre el **flujo de Ricci**, de Donaldson-Uhlenbeck-Yau sobre las **ecuaciones Hermitian-Yang-Mills** [de suma importancia en física teórica], y de Schoen con la solución del **problema de Yamabe**. En la década de 1990, se introdujeron las **ecuaciones de Seiberg-Witten.** Se resolvieron con estos métodos muchos problemas importantes en variedades de dimensión cuatro. Entre ellos se encontraban la conjetura de Thom, resuelta por Kronheimer-Mrowka y los trabajos fundamentales de Clifford Henry Taubes sobre existencia de **curvas simplécticas**.

Siempre me ha entusiasmado el encanto de la investigación en matemáticas.

[Los trabajos de Hamilton sobre el flujo de Ricci juegan un papel central en la solución que el matemático ruso Perelman dió de la **"Conjetura de Poincaré"**, uno de los problemas más famosos de la matemática contemporánea, hasta su solución en 2006.]

[Lo importante es saber que] todos estos son logros espectaculares del análisis geométrico están sustentados en el uso de ecuaciones diferenciales parciales. Y resulta que las ideas del análisis geométrico también se pueden usar para resolver preguntas interesantes en matemáticas aplicadas, incluido el **problema de transporte óptimo**, que ha sido muy popular.

A mediados de la década de 1990, David Mumford [célebre matemático de EUA, Medallista Fields] se fue de Harvard a la Universidad de Brown. Me pidió que cuidara a su alumno David Gu. Junto con David, comencé a investigar los gráficos por computadora. Descubrí que los métodos tradicionales utilizados en matemáticas aplicadas no habían aprovechado los muy bien desarrollados métodos en **geometría diferencial.** Sugerí usar los métodos desarrollados por la **geometría llamada "conforme"**, que se remontan a Riemann (1826-1866) y Teichmüller (1913-1943). Estos métodos son muy efectivos y completamos nuestro primer trabajo en 1999, que influyó en mucha gente que siguió el ejemplo. Posteriormente realicé aplicaciones en infografía con Ronald Lok Ming Lui y S.S. Lin, trabajos que han resultado ser muy útiles para las imágenes médicas.

Empecé así a interesarme por varias ramas de las matemáticas aplicadas e hice un trabajo importante con mi hermano Stephen Yau sobre el **filtrado no lineal.** En ese trabajo proporcionamos, por primera vez, un cálculo numérico efectivo sobre el filtrado no lineal, que se denomina **filtro Yau-Yau** [y que ha tenido fuerte impacto en aplicaciones.]

En general, encuentro muy natural trabajar con personas en diferentes campos, aplicados o no aplicados. ¡Un factor importante es poder hablar con excelentes académicos!

GLOSARIO

Variedad

Una variedad de dimensión n es un espacio que por pedazos, semejante al espacio euclidiano de dimensión n *(ver el glosario del artículo de Kristin Lauter)*. Por ejemplo, una recta o un círculo son variedades de dimensión 1; una esfera usual es una variedad de dimensión -2. La unión de dos planos que se cortan, no es una variedad, pues los puntos de intersección son especiales.

Variedades con curvatura no positiva

Si a una variedad la equipamos con una métrica (o forma de medir distancias) que la hace parecer, localmente, una esfera, decimos que tiene curvatura positiva. Por ejemplo, una esfera tiene curvatura positiva, mientras que el plano tiene curvatura cero.

Topología

Es una rama de las matemáticas que estudia las propiedades de los cuerpos (espacios o variedades) que se conservan bajo deformaciones continuas.

Teoría de las ecuaciones diferenciales parciales no lineales

Una ecuación diferencial parcial involucra a funciones y sus derivadas (o límite de la manera como cambia) en las direcciones de varias variables. Una ecuación así es lineal si los términos que involucran derivaciones, son todos lineales.

Métricas de Kähler-Einstein

Es una forma de medir distancias en variedades, que tiene propiedades especialmente importantes.

Flujo de Ricci

Un flujo es una familia de objetos que dependen de un parámetro, digamos el tiempo, y cumplen que fluir un tiempo *t* y luego un tiempo *s*, es lo mismo que fluir un tiempo *t+s*. Un flujo de Ricci es una familia particular de métricas en una variedad.

Ecuaciones Hermitian-Yang-Mills

Es una forma de medir distancias en variedades, que tiene propiedades especialmente importantes.

Problema de Yamabe

Es una conjetura (o afirmación sin prueba) planteada por el matemático Hideiko Yamabe en 1960, respondida afirmativamente en los años 1980s, y concierne a la curvatura de variedades.

Ecuaciones de Seiberg-Witten

Surgen del trabajo del físico Edward Witten y ayudan a tener un entendimiento muy profundo de las variedades de dimensión cuatro.

Curvas simplécticas

Son superficies de dimensión 2 en variedades de dimensión mayor, que satisfacen ciertas restricciones geométricas importantes.

Conjetura de Poincaré

Planteado por Henri Poincaré en 1904 y resuelto hace pocos años por Perelman. Tiene fuertes relaciones con una pregunta básica: ¿cuál es la forma del Universo? Para dar una idea, considera que estás parado en una esfera y arrojas una cuerda que viaje sobre la esfera a placer y, finalmente, tomas los dos extremos de la cuerda en la mano: nada te impide jalar la cuerda de regreso, hasta tenerla toda contigo. En cambio, si estás en la cáscara de una dona, te paras en un punto y lanzas una cuerda que rodea al hoyo y tomas los dos extremos, no hay manera de jalar la cuerda de regreso, pues se atora en el "hoyo de la dona". La conjetura de Poincaré apunta en esa dirección pero considerando espacios de dimensión tres, no superficies.

Problema de transporte óptimo

Se refiere a transportarte, o transportar mercancía, o un avión, o lo que sea, de un lugar A a un lugar B, sujeto a ciertas restricciones (si vas en coche, tienes que seguir ciertas vías, etc.). En general, siempre queremos optimizar el tiempo.

Geometría diferencial

Es un área de las matemáticas que estudia los espacios, o variedades, a partir de sus propiedades métricas.

Geometría "conforme"

Es una "sub-rama" de la geometría diferencial que estudia propiedades de transformaciones que preserva ángulos. Por ejemplo, una rotación o una translación, son transformaciones conformes del plano; en cambio, deformar un cuadrado para hacerlo rectángulo, con menos altura que largo, no es conforme.

Filtrado no lineal

Los filtros se aplican, por ejemplo, en el procesamiento de señales. Una de sus aplicaciones comunes es para la eliminación de frecuencias no deseadas de una determinada señal de entrada. Los filtros se usan también para eliminar interferencias o ruido, etc. Frecuentemente, estos filtros toman la forma de operadores en ciertos espacios, y pueden ser lineales o tener términos de órden superior.

Filtro Yau-Yau

En 1961, Kalman y Bucy introdujeron un filtro diseñado para estimar y controlar los estados en distintos procesos. Se usan mediciones observadas un cierto tiempo, para producir estimaciones de variables no conocidas. Este filtro tiene fuertes aplicaciones en la industria, así como, por ejemplo, en problemas de navegación (también espacial). El filtro de Yau-Yau reduce las estimaciones no-lineales en problemas de filtrado.

Yau, el genio matemático

Shing-Tung Yau nació en Shantou, China, en 1949, y cuando tenía unos meses de edad, su familia se mudó a Hong Kong. Estudió matemáticas en la Universidad China de Hong Kong y en 1969 se fue a Berkeley, California, para hacer su doctorado, graduándose en 1971.

Pasó tiempo como profesor en algunas de las mejores universidades de los Estados Unidos de América, como Princeton, Stony Brook, Stanford y la Universidad de California en San Diego, hasta que en 1987 fue contratado con un puesto del nivel más alto en la Universidad de Harvard.

Yau es uno de los grandes matemáticos de nuestro tiempo. Sus contribuciones son enormes y ha sido reconocido con importantes distinciones, como la Medalla Fields 1982, que es la distinción más alta en matemáticas que se otorga en el mundo, digamos que es el premio equivalente al Nobel en otras disciplinas.

Es uno de los matemáticos que más ha influido en la matemática contemporánea, tanto por sus trabajos de investigación y las escuelas de investigación que ha generado en todas partes del mundo, como por su sobresaliente labor construyendo e impulsando instituciones, apoyando a generaciones y generaciones de matemáticos.

El profesor Yau inició el desarrollo de la matemática contemporánea en China y dirigió, siendo aún profesor en Harvard, numerosos centros de investigación en ese país. En abril de 2022 se integró a la Universidad de Tsinghua en Beijing, China, catalogada como la mejor universidad de Asia y una de las 15 mejores en el mundo, y es ahora director del centro de investigación en matemáticas de esa universidad, que lleva su nombre: *Yau Mathematical Sciences Center* (Centro Yau de Ciencias Matemáticas).

También ha fundado y dirigido otros centros e institutos en China, tanto en matemáticas como en sus aplicaciones, así como centros y programas enfocados en la formación de jóvenes. Creó el *Yau Mathematical Sciences Leaders Program* (Programa Yau de Líderes en Ciencias Matemáticas), cuyo objetivo es cultivar líderes talentosos con sólidas bases matemáticas, para liderar el desarrollo de aplicaciones de las matemáticas en asuntos de la vida cotidiana.

Shing-Tung Yau siempre ha estado comprometido con la promoción de la ciencia y el desarrollo, y en 2003 fue distinguido con el Premio de Cooperación Científica y Tecnológica Internacional de China, por "su destacada contribución a la República Popular China en aspectos de progreso en ciencia y tecnología, y formación de investigadores".

El profesor Yau ve a la matemática como parte integral del conocimiento, sea en la física o en biología, sea en la matemática llamada básica, o en sus aplicaciones. Una de sus grandes contribuciones es el uso de lo que en matemáticas se conoce como ecuaciones diferenciales para desarrollar un área de la matemática conocida como análisis geométrico, que ha sido fundamental en varios de los grandes avances de las últimas décadas, en matemáticas y física teórica. Las ecuaciones diferenciales son ecuaciones que relacionan a ciertas funciones con sus derivadas y su orígen viene de los trabajos de Isaac Newton en el siglo XVII.

MATEMÁTICAS PARA LA PRIVACIDAD Y LA SEGURIDAD

@KristinLauter

Kristin Lauter
DIRECTORA DE *META AI RESEARCH LABS IN NORTH AMERICA*

¿Cómo sabes que tu tarjeta de crédito o tu información bancaria no serán robadas cuando realizas compras en línea? ¿Cómo sabes si realmente se trata de Amazon cuando estás comprando un libro en línea? ¿Cómo puedes *chatear* en privado en las aplicaciones de mensajería? Gracias a la criptografía.

La ciencia de la criptografía, o "escritura secreta", utiliza las matemáticas para crear herramientas que resuelven todos estos problemas y más. Los protocolos criptográficos están diseñados para proteger la confidencialidad de los datos privados, las interacciones en Internet, el comercio electrónico, y garantizar la integridad de la información y la comunicación.

Los humanos han utilizado cifrados criptográficos para comunicarse en secreto durante miles de años. Un tipo de cifrado sencillo es el de sustitución, en el cual se sustituyen números o letras por otras letras, según una tabla de consulta. Esto puede ser descifrado mediante el análisis de frecuencia, es decir, buscando patrones en la frecuencia con que aparecen diferentes símbolos, y correlacionándolos con patrones en el lenguaje.

Un ejemplo histórico del cifrado de sustitución involucra a México y ocurrió en 1917, cuando el telegrama de Zimmermann fue interceptado y descifrado por los servicios de inteligencia británicos. Este telegrama contenía un mensaje de Alemania al presidente mexicano Carranza, en el que se proponía que México se uniera a las fuerzas de Alemania durante la Primera Guerra Mundial. El telegrama descifrado se hizo público e influyó en el curso de la guerra (ver Figura 1).

Así que los cifrados de sustitución no son lo suficientemente seguros para proteger las comunicaciones. Además, en esta forma de criptografía, ambas partes necesitan tener acceso a la misma tabla de consulta (ver la tabla de consulta para el telegrama de Zimmermann que se muestra en la Figura 2).

Muchas aplicaciones importantes se sustentan en la capacidad de comunicar cifrados públicamente, sin compartir una clave privada, y esto se llama criptografía de clave pública. Los criptosistemas de clave pública se construyen usando matemáticas complicadas y, para descifrarlos, se requiere resolver algunos problemas matemáticos difíciles.

Por ejemplo, el criptosistema de clave pública más utilizado hoy se conoce como RSA [por los nombres de quienes lo descubrieron], y se sustenta en la dificultad para expresar números extremadamente grandes como producto de números primos. RSA fue propuesto en 1977, hace casi 50 años, y el problema de encontrar algoritmos eficientes para factorizar números grandes ha sido estudiado por siglos. El tamaño de los parámetros que se utilizan para garantizar la seguridad se determina a través de un proceso de estandarización, basado en la evaluación de los ataques más conocidos a computadoras clásicas.

El progreso reciente encaminado a la construcción de computadoras cuánticas, ha puesto en riesgo el futuro de la seguridad de nuestros criptosistemas de clave pública actuales. Desafortunadamente, el RSA se puede romper de manera eficiente en una computadora cuántica a gran escala, utilizando un algoritmo cuántico introducido por Shor en la década de 1990. Esto ha llevado a la comunidad criptográfica internacional a buscar nuevos problemas matemáticos difíciles para formar la base de sistemas criptográficos poscuánticos (PQC).

Propuestas de criptosistemas poscuánticos fueron evaluadas en un concurso internacional de estandarización, con 5 años de duración (de 2017 a 2022), organizado por el Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST) de los Estados Unidos de América.

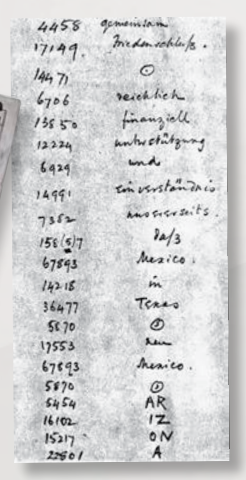


Figura 1. *Telegrama de Zimmermann.*
Figura 2. *Tabla de consulta para el telegrama de Zimmermann.*

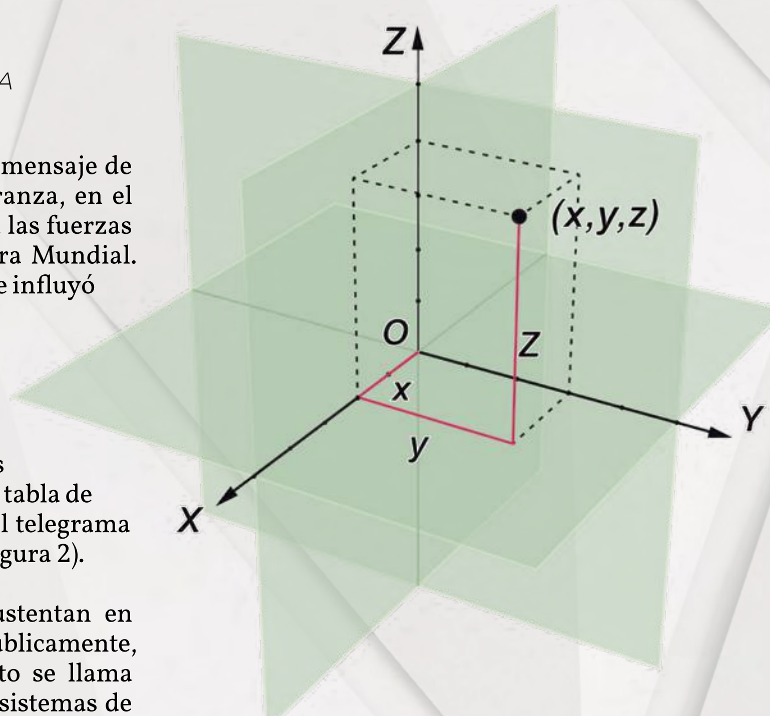


Tabla 1. *El espacio euclidiano.*

El espacio euclidiano de **dimensión uno** lo podemos pensar como una recta que representa los números reales, y la equipamos con la manera usual de medir distancias. Si fijamos un punto en la recta y decretamos que éste representa el 0 ó "el origen", los otros puntos a la derecha corresponden a los números positivos, y a la izquierda colocamos los negativos. Así, por ejemplo, el 3 es el punto a la derecha del 0, a distancia 3, mientras que el -3 representa el punto a la izquierda, a distancia 3.

En **dimensión dos**, podemos considerar un plano usual, que describimos mediante coordenadas x, y: a partir de un punto 0 que fijamos y llamamos el origen, para llegar a otro punto P, nos movemos una distancia x a la derecha o a la izquierda, y subimos o bajamos una distancia y para llegar a P. Si al plano lo equipamos con la manera usual de medir distancias, se le llama el plano euclidiano.

Si en vez de dos grados de libertad x, y, tenemos muchos grados de libertad, que podemos representar por las variables $x\_1,\ldots,x\_n$, tenemos un espacio de dimensión n, y si lo equipamos con la forma usual de medir distancias, obtenemos el espacio euclidiano de **dimensión n**. El nombre viene porque el plano de dimensión dos, con la métrica usual, satisface los 5 axiomas de Euclides, que son el fundamento de la llamada geometría euclidiana.

Se consideraron criptosistemas basados en problemas matemáticos difíciles, tanto nuevos como ya conocidos. Uno de los sistemas que llegó a la cuarta ronda se basaba en gráficas de isogenia supersingular[1], mismo que yo propuse en 2005 con mis coautores Charles y Goren. El mayor problema es encontrar tu camino entre dos nodos arbitrarios en una gráfica grande [de una sola pieza o componente]. Vea, en la Figura 3, una imagen de una de nuestras gráficas, publicada en la revista *Science* en 2008.

En julio de 2022, NIST seleccionó cuatro criptosistemas para la estandarización, y dos de ellos se basan en problemas difíciles en celosías (o redes). Las redes son subespacios lineales discretos[2] [es decir, que consisten de puntos aislados] de un espacio euclidiano de dimensión grande (ver Tabla 1), digamos de dimensión *n*.

Las redes se generan mediante combinaciones enteras de *n* vectores linealmente independientes, que pueden ser arbitrariamente grandes. Para criptografía, el problema subyacente (SVP) es encontrar el vector más corto de la red. Las redes bidimensionales[3] son fáciles, pero para ilustrar el punto, en la Figura 4 mostramos parte de una red bidimensional (todos los puntos azules), generada por *b1* y *b2*, donde *v* es el vector más corto. Los problemas de redes se han estudiado desde la década de 1980, cuando Lenstra-Lenstra-Lovasz encontraron un algoritmo eficiente para determinar una aproximación al vector más corto.

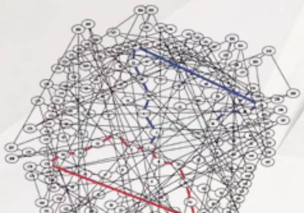


Figura 3. *Gráficas de Isogenia Supersingular.*

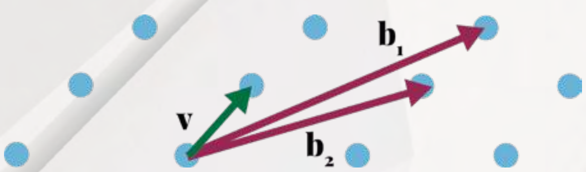


Figura 4. *Red bidimensional.*

[1] En el contexto de este artículo, una gráfica significa un conjunto de puntos (o vértices), unidos por aristas (líneas). Las gráficas de isogenia supersingular son un tipo especial de gráficas, que están equipadas con una sofisticada estructura que viene de la geometría algebraica y tienen fuertes aplicaciones en criptografía.

[2] Un subespacio lineal es un espacio vectorial que es subconjunto de otro espacio vectorial (no necesariamente sobre los números reales: el campo puede ser finito) más grande, y se dice que es discreto cuando consiste de puntos aislados.

[3] Una red bidimensional es un espacio lineal discreto que podemos representar en el plano euclidiano.

Los protocolos criptográficos están diseñados para garantizar la integridad de los datos y la comunicación.

TypeX, máquina británica de criptografía.

En un trabajo reciente, hecho desde que encabezo los *North American Labs for Meta AI Research* (Laboratorios Norteamericanos para Investigación en Meta IA), he formado un equipo de científicos que trabajan en el uso de Inteligencia Artificial (IA) para atacar sistemas basados en redes. Nuestro trabajo ha demostrado que es posible entrenar máquinas para que aprendan de muestras de datos encriptados, y utilizar un modelo de aprendizaje para máquinas entrenadas (ML) para recuperar secretos. Todavía estamos trabajando en la ampliación de este enfoque para atacar criptosistemas del mundo real. Los trabajos más recientes se llaman: SALSA, SALSA Picante, y SALSA Verde!, y han demostrado que ahora ¡realmente necesitamos Post-ML Crypto!

Para saber más, consulta:

Salsa Picante: a machine learning attack on LWE with binary secrets

SALSA: Attacking Lattice Cryptography with Transformers

Imagen por Lena Herzog, para la próxima película *Theater of Thought*.

¿Quién es Kristin Lauter?

Kristin Estella Lauter nació en 1969 y se especializa en usos de la matemática, particularmente teoría de números y geometría algebraica, para la criptografía. Encabezó el grupo de criptografía en *Microsoft Research*, Washington, de 2008 a 2021, año en que se unió a la empresa de investigación en Inteligencia Artificial de Facebook como cabeza de investigación científica en la costa occidental. De 2015 a 2017 fue presidenta de la Asociación para Mujeres en Matemáticas (EE. UU.).

Hizo sus estudios de licenciatura, maestría y doctorado, todos en matemáticas, en la Universidad de Chicago, y después realizó una estancia de investigación en el Instituto Max Plank en Bonn, Alemania, y trabajó para la Universidad de Michigan. Ahora es Directora de *Meta AI Research Labs* en Norteamérica.

Es co-fundadora de la red de investigación de mujeres llamada *Women in Numbers Network*. También fue parte del Consejo Directivo de la Sociedad Matemática Americana (AMS) de 2014 a 2016 y ha recibido múltiples premios y distinciones, como el Premio Selfridge por su artículo *Computing Hilbert Class Polynomials*, y ser reconocida como "Fellow" de la AMS, de la Sociedad para Matemática Industrial y Aplicada (SIAM) y de la Asociación Americana para el Avance de la Ciencia. Desde 2021 es Miembro Honorario de la Real Sociedad Matemática Española.

Kristin Lauter fue visitante en el Cinvestav del Instituto Politécnico Nacional por varios meses en 1992, cuando era estudiante de doctorado, y visitó la Universidad Autónoma Metropolitana Iztapalapa en 1998. Ella viene a México frecuentemente con su marido, el profesor Thomas Passananti, quien es experto en historia de México.

ESTUDIAR, MEDIR, CLASIFICAR Y UTILIZAR EL UNIVERSO: CONJUNTOS LÍMITE

Aubin Arroyo
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS, UNAM
@aubinarroyo aubinarroyo@im.unam.mx

"Por fin, según el cable, la semana pasada la tortuga llegó a la meta. En rueda de prensa declaró modestamente que siempre temió perder, pues su contrincante le pisó todo el tiempo los talones. En efecto, una diezmil trillonésima de segundo después, como una flecha y maldiciendo a Zenón de Elea, llegó Aquiles".
(Augusto Monterroso, 1969)

La idea del infinito, una idea paradójica y amenazadora que nos acecha desde las fronteras de la realidad, ha cautivado a la humanidad desde la antigüedad. Desde entonces y a su tiempo, las matemáticas han aprendido a estudiarlo, a medirlo y a clasificarlo, e incluso a utilizarlo para hacer de nuestro día a día más cómodo, seguro y productivo; y sobre todo, para proveernos de herramientas que nos permitan descubrir y entender la realidad a través de la ciencia, sin dejar que sus manifestaciones, sobre todo las matemáticas, sean objeto de sorpresa y de inspiración.

Aubin Arroyo. Nudo trébol: 58 esferas y sus reflexiones, 2016.
Un collar de esferas reflejantes que engendra un nudo salvaje.

Para mirar al infinito de la manera en que las matemáticas lo observan hay que considerar situaciones un poco más lúdicas y ociosas, como las que describiremos más adelante.

Alcanzar el infinito se parece al proceso de ascender por una escalera interminable en la que siempre hay un escalón más. En la fábula de Zenón de Elea, que narra la famosa carrera entre Aquiles y la tortuga, esta idea está detrás. Aunque Aquiles corra más rápido que su contrincante para superar la ventaja que le dio al principio, el atleta debe gastar cierta cantidad de tiempo para llegar al punto de partida de la tortuga; durante ese tiempo, la tortuga, aunque más despacio, logra avanzar un poco más y, en consecuencia, Aquiles deberá gastar un poco más de tiempo para alcanzarla. Este procedimiento no tiene fin, y en cada paso el tiempo aumenta un poco. Es común concluir de esto que el tiempo que necesita Aquiles para alcanzar a la tortuga es infinito; pues se antoja que la suma de infinitos intervalos de tiempo, necesariamente, es infinita; pero no es así en todas las situaciones.

Si en la escalera infinita cada escalón de la escalera mide 30 centímetros, en efecto, la longitud de la escalera es infinita; sin embargo, si en cada escalón la altura se reduce por la mitad, la escalera, con su cantidad infinita de escalones, apenas medirá 60 centímetros de alto.

Puntos límite

El infinito cabe en una pequeña habitación en la que dos espejos se enfrentan cara a cara. Esta imagen inmediatamente evoca al infinito que se aleja, sucesivamente, en cada reflexión hacia la derecha y hacia la izquierda, por decirlo de alguna manera.

Ahora bien, si pensamos ambos espejos con forma esférica, podemos observar que los sucesivos reflejos se aglomeran en dos puntos especiales: dos puntos límite: uno dentro de la esfera

Aubin Arroyo. Octaedro, 2016.
Con más de tres esferas, la cantidad de puntos límite explota.

El infinito cabe en una pequeña habitación en la que dos espejos se enfrentan cara a cara.

de la derecha y otro en la que está a la izquierda. Y si acercamos las esferas lentamente hasta que se toquen, los dos puntos límites se aproximan hasta fusionarse en uno solo: el punto de tangencia, que es donde las dos esferas hacen contacto.

El concepto de límite es la noción abstracta en la que se sustenta una herramienta fundamental de la ciencia: el cálculo diferencial, y que nos permite construir un lenguaje con el que se puede calcular, modelar y controlar una gran cantidad de fenómenos que evolucionan con el tiempo. Debido al avance tecnológico de las computadoras, nos permite aplicarlo, además, en un sinnúmero de actividades cotidianas: desde llevar un satélite a fotografiar Plutón, hasta contar los pasos recorridos en el día, con el teléfono celular.

El atractor de Lorenz

En muchos casos, la repetición infinita de un procedimiento simple no siempre concurre en algunos cuantos puntos límites, sino que describe conjuntos de geometría muy intrincada.

"La pregunta es… ¿dónde están esos puntos límite? No es difícil responder esta pregunta en términos meramente matemáticos; sin embargo, la imaginación falla cuando tratamos de hacernos una imagen mental del resultado".
Felix Klein (1894).

En la década de los setenta, del siglo pasado, las computadoras apenas hacían su aparición en el estudio de problemas matemáticos, y desde entonces participaron en erradicar paradigmas obsoletos: la certeza de que la evolución de un modelo matemático, en condiciones idénticas, nos brinda resultados idénticos no puede ser extrapolada a la idea de que condiciones similares evolucionan en situaciones semejantes. Al contrario, en la mayoría de los casos relevantes, pequeños cambios en las condiciones iniciales desarrollan consecuencias muy diferentes. Así, la teoría del caos nació cuando Lorenz y su equipo observaban secuencias de números impredecibles en un papel continuo y con agujeros en los costados, recién salido de una impresora de matriz de punto.

Por detrás del caos de las soluciones de las ecuaciones de Lorenz, un conjunto de puntos límite con forma de mariposa, gobierna el comportamiento asintónico (a largo plazo) de las trayectorias, es decir, cuando el tiempo transcurrido se acerca al infinito: el atractor de Lorenz.

Nudos salvajes

Es fácil sucumbir a la tentación de jugar a los reflejos con más de dos esferas. Pero en este caso, la multiplicidad de los reflejos que entre ellas se engendran provoca una explosión en la cantidad de puntos límite que se agrupan en conjuntos con figuras extraordinarias.

Por ejemplo, si las esferas, treinta o cuarenta, están engarzadas en un collar, y este collar está anudado, el conjunto de puntos límite que aparece tiene la forma de un objeto que la teoría de nudos aún le cuesta clasificar: un nudo salvaje.

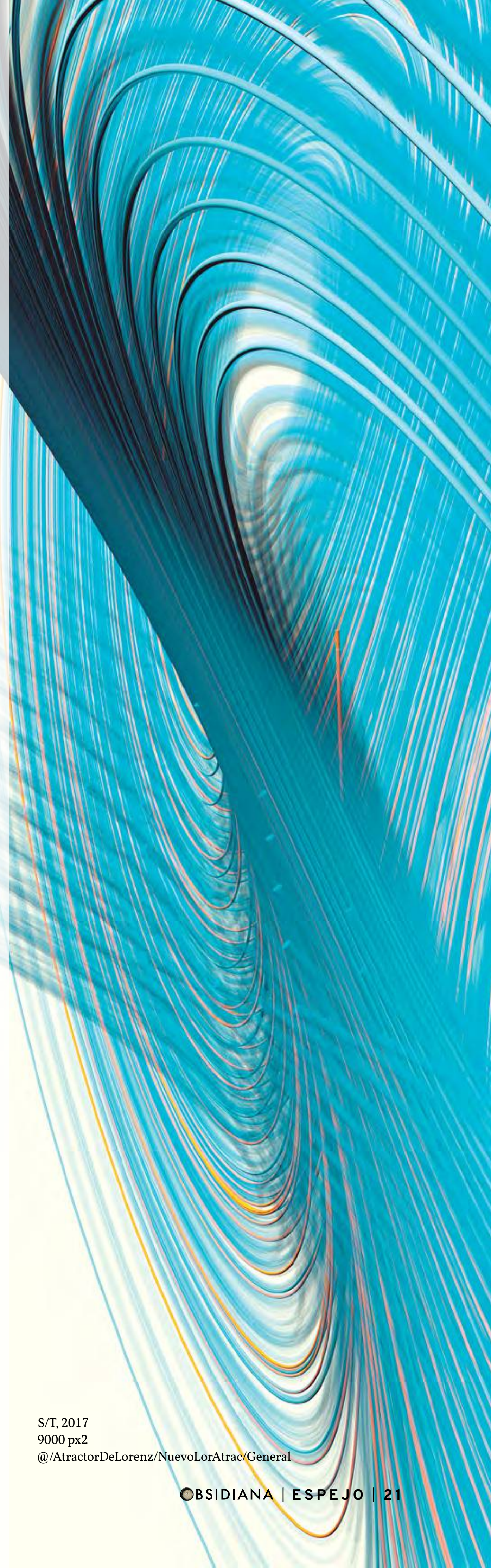
Para imaginar al nudo salvaje, hay que observar que en cada una de las esferas aparece reflejada una copia del collar que se concatena con el reflejo del collar en la esfera de al lado; y que todas juntas conforman un nuevo collar, mucho más anudado, en el interior, formado por esferas más pequeñas. Este fenómeno se reproduce infinitamente. El conjunto límite no es un collar de esferas diminutas, es una delgada curva, un trazo circular en el espacio, que se intuye adentro de esta delicada sucesión de filigranas.

Conclusión

"El binomio de Newton es tan hermoso como la Venus de Milo.
Lo que hay es poca gente para darse cuenta de eso".
(Fernando Pessoa, sin fecha)

Si bien las matemáticas nos proveen de herramientas adecuadas para entender y aprovechar al mundo que nos rodea, también nos otorgan un mundo fantástico y sorprendente, que no es sino un reflejo de la maravilla del pensamiento humano.

Las matemáticas han aprendido a estudiar el infinito, a medirlo y clasificarlo, e incluso utilizarlo para hacer de nuestro día a día más cómodo, seguro y productivo.



S/T, 2017
9000 px2
@/AtractorDeLorenz/NuevoLorAtrac/General

MODELANDO EL MUNDO

El universo matemático al servicio del conocimiento humano

José Seade
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS, UNAM
PRESIDENTE ELECTO DE LA ACADEMIA MEXICANA DE CIENCIAS

El mundo en que vivimos es un sistema, por así decir, en el cual todo cambia constantemente y un sinnúmero de situaciones evolucionan de acuerdo con ciertas reglas, que en ocasiones conocemos y en otras no. En su libro *The Grand Design*, el físico teórico británico Stephen Hawking escribe: "Aunque creemos que podemos elegir lo que hacemos, nuestra comprensión de las bases moleculares de la biología muestra que los procesos biológicos se rigen por las leyes de la física y la química y, por lo tanto, están tan determinados como las órbitas de los planetas".

En concordancia con lo que dice Hawking, y planteado desde un punto de vista, digamos, filosófico, en su prólogo al *I Ching*, el Libro de las Mutaciones, Jorge Luis Borges escribió:

> "El porvenir es tan irrevocable
> como el rígido ayer. No hay una cosa
> que no sea una letra silenciosa
> de la eterna escritura indescifrable
> cuyo libro es el tiempo…".

Así, por ejemplo, el estudio de la naturaleza nos muestra que existe un orden natural regido por leyes que el hombre va descubriendo por el examen y comparación de los hechos, y les llamamos leyes de la naturaleza, o leyes de la física, de la química, etcétera, fenómenos naturales que se repiten constantemente dadas ciertas condiciones necesarias. Este orden natural se realiza con la adecuada relación entre las partes y el todo.

> "El proceso de modelación requiere matemáticas que no se conocen, es así como se inspira el desarrollo de la matemática en sí misma.

El *Pratyabhijnahrdayam*, un texto de la India escrito por el filósofo Kshemaraja a finales del siglo X, afirma que la multiplicidad en el Universo es causada por la diferenciación entre objetos y sujetos que se adaptan y se relacionan recíprocamente. Son esas adaptaciones y relaciones las que originan la multiplicidad, y comprenderlas nos ayuda a entender el cosmos.

Así, a la naturaleza en su conjunto, se la llama universo, es decir, la realización de lo uno en lo vario.

El título de este breve ensayo se refiere a modelar fenómenos naturales o procesos de la vida cotidiana, a través de las matemáticas, para tratar de comprenderlos o, cuando menos, ahondar en nuestra comprensión.

La matemática extrae la esencia de aquello que estudiamos, la expresa en lenguaje matemático, por lo general en una forma simplificada, y usa el poder de la abstracción y el cúmulo de conocimientos adquiridos por siglos para estudiar y deducir propiedades profundas del objeto de estudio, para después, en ocasiones décadas después, regresarlas como conocimiento que se aplica al problema inicial y a otros más cuya esencia es semejante, aunque su apariencia sea distinta. Es a eso a lo que nos referimos con el título "Modelando el mundo".

Por ejemplo, las leyes del movimiento de Isaac Newton son tres principios a partir de los cuales se explica una gran parte de los problemas planteados en mecánica clásica, en particular aquellos relativos al movimiento de los cuerpos. Estos principios son:

i) Todo cuerpo permanece en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo, hasta que sea obligado a cambiar de estado por alguna fuerza externa.

ii) Cuando una fuerza actúa sobre un cuerpo, cambia su velocidad y la dirección de su movimiento. El cambio es directamente proporcional a la fuerza motriz impresa sobre el cuerpo, y ocurre según la dirección a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime.

iii) Principio de interacción: a toda acción sigue una reacción igual y en sentido opuesto.

Estas leyes del movimiento se pueden expresar con rigor y precisión usando matemáticas, y revolucionaron los conceptos básicos de la física

y nuestro entendimiento del movimiento de los cuerpos en el Universo; son el punto de partida para estudiar, por ejemplo, el movimiento en el Sistema Solar, como el movimiento de la Luna alrededor de la Tierra y de los planetas alrededor del Sol.

Las leyes del movimiento llevaron a la ley de la gravitación universal, cuya formulación es uno de los momentos culminantes en la historia de la física: todos los objetos se atraen unos a otros con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa sus centros.

El proceso de modelación frecuentemente requiere matemáticas que no se conocen, y es así como esto inspira el desarrollo de la matemática en sí misma. Por ejemplo, hace no tantas décadas, nadie imaginó que tendríamos que desarrollar las matemáticas necesarias para poder poner un satélite en órbita, o para usar un GPS.

Para poder responder a esos problemas y tantos más, que nunca antes habían sido planteados, se tuvieron que desarrollar nuevas líneas de investigación en matemáticas. En ocasiones se usan ecuaciones diferenciales, como en las leyes de Newton. En otras, el camino para el modelaje es a través de la llamada matemática discreta, gráficas y ecuaciones en diferencias. Se pueden usar la teoría de control, o los sistemas dinámicos, etc.

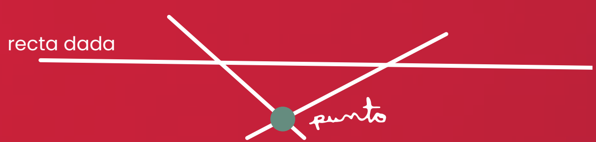
El universo matemático es infinito y está en continua evolución, al servicio del conocimiento humano.

EUCLIDES Y LAS MENTIRAS

Luz de Teresa
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS, UNAM
ldeteresa@im.unam.mx

En matemáticas, mentir no es fácil. Una mente entrenada detecta los errores o inconsistencias en una demostración. Sin embargo, en matemáticas sí hay verdades a medias o, mejor dicho, resultados que parten de supuestos que no son obvios aunque inicialmente se haya pensado que sí.

Un ejemplo de esto es la *Geometría Euclidiana,* que es la que aprendemos en la escuela. Ahí se describen las rectas como "el camino más corto entre dos puntos", y nos enseñan que por un punto exterior a una recta dada pasa una única recta paralela a ella.



Este razonamiento es conocido como el Quinto Postulado de Euclides. Un postulado es una *proposición cuya verdad se admite sin pruebas y que es necesaria como base para ulteriores razonamientos*. Así, lo que conocemos como Geometría Euclidiana, que es la que permite construir edificios, hacer planos, calcular distancias, etc., se fundamenta en cinco *verdades evidentes*, o los cinco postulados de Euclides:

1. Desde cualquier punto se puede trazar una recta a cualquier otro punto.
2. Toda recta se puede prolongar indefinidamente.
3. Con cualquier centro y cualquier distancia se puede trazar un círculo.
4. Todos los ángulos rectos son iguales.
5. Si una recta, cortando a otras dos, forma los ángulos internos a una misma parte menores que dos ángulos rectos, las dos rectas prolongadas indefinidamente se encontrarán de la parte en que los dos ángulos son menores que dos rectos.

> **"La Geometría Euclidiana permite construir edificios, hacer planos, calcular distancias, etc.**

Los cuatro primeros son razonamientos directos, fáciles de escribir y, en efecto, encajan en la definición de postulado. El quinto, sin embargo, parece un trabalenguas y necesita traducción: por un punto externo a una recta dada, pasa una sola paralela a ella.

Euclides, si es que existió, lo hizo en Grecia en el siglo IV antes de nuestra era. Ya entonces muchos geómetras eludían este postulado dado que había algo que no les parecía evidente, y tenían razón. Ahora bien, ¿cómo se puede negar lógicamente este postulado? Hay dos maneras de hacerlo:

1. Por un punto exterior a una recta no se puede trazar ninguna recta paralela a la dada.
2. Por un punto exterior a una recta se pueden trazar varias rectas paralelas a la dada.

En 1823, Janos Bolyai encontró que el quinto postulado era independiente de los otros cuatro, y dedujo que si se sustituía por otro no equivalente podría construirse una nueva geometría, tan coherente como la euclidiana. El padre de Bolyai escribió a Carl Friedrich Gauss (conocido cómo el *Príncipe de las Matemáticas*) contándole los hallazgos de su hijo. Gauss confesó que llevaba 30 años trabajando en ese tema y había llegado a la misma conclusión pero no se atrevía a publicarla pues constituía una revolución, ya que abría el camino hacia nuevas geometrías, otras formas de ver y describir el mundo.

Entonces, ¿es mentira el quinto postulado? No. Pero tampoco es verdad. Se pueden crear tres distintas geometrías negándolo o aceptándolo. En realidad, estas geometrías que describen triángulos, ángulos y rectas cambian según "el espacio" que concebimos. Si pensamos en un mundo plano, como una mesa, el quinto postulado es verdad. Si pensamos en una esfera, *las rectas* o *líneas geodésicas* —ruta más corta que une dos puntos— siempre se intersectan. De hecho, aunque vivimos en una esfera, es de un radio tan grande que la geometría euclidiana funciona adecuadamente cuando construimos una casa. Sin embargo, las trayectorias de los aviones (además de ser afectadas por los vientos) deben seguir círculos de radio máximo para recorrer las geodésicas de la Tierra. Esta es conocida como Geometría Elíptica. La tercera geometría, aquella que tiene múltiples paralelas pasando por un punto exterior a una geodésica dada, se conoce como Geometría Hiperbólica.

De alguna manera, la historia de las geometrías nos dice que, a veces, las verdades "evidentes" e "indiscutibles" no lo son, y es necesario dar un soporte lógico a los razonamientos para no caer en contradicciones.

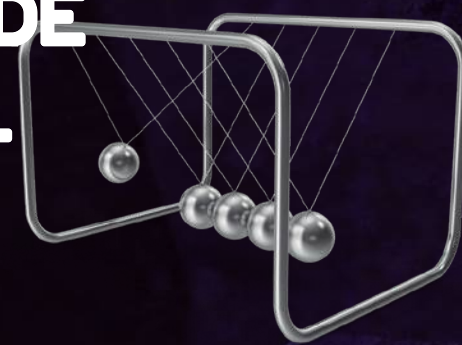
Referencias

Una primera versión de este artículo fue publicado en la revista *Tópala:*
De Teresa, Luz. (s. f.). *Euclides y las mentiras*. Tópala. Recuperado 10 de junio de 2023, de https://topala.mx/mentira/#euclides

Imágenes creadas en http://www.malinc.se/m/ImageTiling.php con fotos de la autora en geometría hiperbólica.

Puedes encontrar más información sobre la geometría hiperbólica en:

HALLAN AL CULPABLE DE LA CIENCIA NEOLIBERAL



Entrevista a Alberto Verjovsky

Por Emiliano Cassani @Emiliano Cassani Serrano

México tiene que darse cuenta de que la inversión en ciencia y tecnología es lo mejor que puede hacer una nación, dejar de escatimar, porque en el desarrollo del conocimiento no puede haber ahorros", dijo Alberto Verjovsky.

De acuerdo con la creencia popular, Sir Isaac Newton se encontraba a la sombra de un manzano una tarde de verano, con reflexiones profundas sobre la vida misma, cuando de pronto el árbol le arrojó una manzana a la cabeza y le dio la primera idea de su futura Ley de la Gravitación Universal pero, sobre todo, el nacimiento de la ciencia neoliberal.

Espero que cualquier persona que haya leído las primeras líneas de esta nota se sienta aludida por su contenido.

"Hablar de ciencia neoliberal es un absurdo total, no tiene sentido, la ciencia es ciencia y punto. Espero puedan imaginar lo ridículo que suena pensar que Isaac Newton trabajó siempre con el objetivo firme de que sus teorías de la mecánica clásica, la ley de la gravitación universal o el desarrollo del cálculo diferencial e integral, entre muchas de sus contribuciones, eran para generar ciencia neoliberal.

"Todas las aportaciones de Sir Isaac Newton provocaron una transformación en la ciencia y contribuyeron, en gran medida, al surgimiento de la Revolución Industrial, lo cual tuvo grandes implicaciones para que Inglaterra llegara a ser potencia mundial. Pero en ningún momento Newton lo hizo pensando en la ciencia neoliberal, sino regocijándose por contribuir con el desarrollo del conocimiento en el mundo", expuso el doctor Santiago Alberto Verjovsky Solá, en entrevista para *Obsidiana*.

El doctor Alberto Verjovsky es uno de los mejores matemáticos de nuestro país y de toda América Latina y tiene profunda influencia en la matemática mundial. Entre sus logros están, por ejemplo, su tesis de doctorado *Codimension one Anosov flows*, que tiene contribuciones fundamentales para el entendimiento de los flujos de Anosov, que son de importancia central en sistemas dinámicos.

Asimismo, algunos de sus artículos en colaboración con Xavier Gómez Mont, José Seade, Marcelo Aguilar y Mihai Tibar desarrollan la teoría de un índice de campos vectoriales en variedades singulares, que generaliza el importante índice local de Poincaré-Hopf. Este nuevo índice se conoce internacionalmente como el índice GSV de campos vectoriales y ha sido usado por numerosos autores en diversas áreas, tanto en sistemas dinámicos como en teoría de singularidades.

Alberto Verjovsky: uno de los mejores matemáticos que ha surgido de nuestro país, y de toda América Latina.

Uno de los trabajos que más ha disfrutado el doctor Verjovsky es su artículo pionero sobre un teorema de uniformización para variedades complejas foliadas por superficies de Riemann, con el cual comenzó el estudio de "teoremas de uniformización foliados", área en la que hoy trabajan distinguidos matemáticos en diversos países.

La idea para ese trabajo nace en el teorema de uniformización de Riemann-Koebe , que es uno de los resultados más profundos de la matemática mundial y de forma tremendamente bella, sencilla e importante describir de manera "uniforme" (de ahí el nombre) todas las llamadas "superficies de Riemann", que son superficies con una estructura geométrica especialmente importante.

"Mis contribuciones matemáticas no las hice para 'salvar a México'", aclaro, sino porque me encanta la investigación y quiero dejar mi grano de arena en el desarrollo del conocimiento a nivel mundial. Pero, sobre todo, como lo dijo el gran matemático alemán Karl Gustav Jacobi, por la gloria del espíritu humano.

"La ciencia, eventualmente, es como un cheque en blanco que tarde o temprano paga y retribuye a los países, por ejemplo, ahora con la llegada de las grandes compañías de Inteligencia Artificial, que han surgido gracias al desarrollo de la matemática pura", expresó.

México, las matemáticas y la ciencia

Pero ¿para qué sirve la matemática? El doctor Verjovsky Solar dice: "Pensemos en una copa de fútbol soccer mundial, ¿cómo creen ustedes que se puede ver un partido en un televisor? Pues alguien desarrolló un satélite por el cual pasa la transmisión, pero no sólo eso, también se calculó la órbita para que ese satélite pudiera llevar la transmisión a distintos lugares. En realidad, nuestro mundo y todo lo que pasa en él se puede explicar y funciona con matemáticas".

La matemática es omnipresente pero invisible es la frase favorita de Verjovsky, uno de los mejores matemáticos de nuestro país.

"Las personas encargadas de la generación de políticas públicas en México ven a las matemáticas, pero sobre todo a las ciencias en general, como un lujo. Pero han utilizado de manera errónea el término "lujo", puesto que el contacto personal entre científicos en un área como las matemáticas es fundamental.

"Está completamente comprobado que el desarrollo de un país se relaciona directamente con su nivel de matemáticas. México tiene que darse cuenta de que la inversión en ciencia y tecnología es lo mejor que puede hacer una nación, dejar de escatimar, porque en el desarrollo del conocimiento no puede haber ahorros", mencionó el doctor Alberto Verjovsky.

El Premio Espíritu de Abdus Salam

Abdus Salam fue un científico pakistaní extraordinario que ganó el Premio Nobel en Física por ser uno de los tres creadores del modelo estándar que es fundamental en la física moderna.

Con el dinero que Salam ganó del Premio Nobel pensó en desarrollar un Centro de Investigación Internacional en Física Teórica (ICTP, por sus siglas en inglés) para países en desarrollo. Fue difícil encontrar una sede pero, finalmente, Trieste, Italia fue el lugar idóneo por la participación del gobierno italiano. Fue fundado aproximadamente hace 60 años.

"La física siempre ha estado unida a la matemática, pero con la llegada de la teoría de cuerdas y otras teorías modernas de la física, la matemática se volvió indispensable. Por ello, el profesor Salam vio la necesidad de crear una sección de matemáticas en el ICTP, la cual dirigí de 1986 a 1993.

"Mi trabajo consistía en organizar conferencias internacionales, hacer selección de participantes como profesores asociados y profesores invitados. Mi función ahí fue hablar de matemáticas con gente que venía de todo el mundo. Tuve la oportunidad de conocer matemáticos de África, Asia, Latinoamérica. Organicé en total unas 20 conferencias internacionales y fue una de las épocas más productivas de mi vida", relató el doctor Verjovsky.

La sección de matemáticas del Centro Internacional de Física Teórica continúa con su papel en el fomento de la investigación y la educación en matemáticas para miles de científicos, en particular para aquellos de países emergentes, como lo propone el espíritu del legado de Salam.

Fue el 24 de agosto de 2018, cuando la familia del fundador del ICTP anunció que el doctor Alberto Verjovsky Solá se había hecho merecedor al premio "2018 *Spirit of Abdus Salam Award*" (Premio Espíritu de Abdus Salam), con el cual reconocen a aquellos que, como Salam, han trabajado incansablemente para promover el desarrollo de la ciencia y la tecnología en los lugares menos favorecidos del mundo.

Este premio se otorga a cualquier miembro de la familia extendida de científicos y no científicos del ICTP, así como a personal administrativo que demuestre que ha trabajado incansablemente para promover la pasión humanitaria y la visión de Abdus Salam para la cooperación, promoción y desarrollo de la ciencia y la tecnología en el mundo en desarrollo.

Mi trabajo me hizo pensar en todos los grandes matemáticos que han contribuido para entender cómo funciona el lugar donde vivimos.

"Me sentí muy orgulloso de mi trabajo, me hizo pensar en todos los grandes matemáticos que han contribuido al desarrollo del conocimiento para entender, cada vez más, cómo funciona el lugar donde vivimos. El 2018 fue un año muy bueno porque también gané el Premio Universidad Nacional en Ciencia", finalizó el doctor Verjovsky Solá.

PASIÓN Y AMOR POR ENSEÑAR, CLAVES PARA LA REVOLUCIÓN EDUCATIVA

Entrevista a Ingrid Daubechies

Por Emiliano Cassani

ingrid.daubechies@duke.edu

Lo más eficiente para revolucionar la enseñanza de las matemáticas y las ciencias es contar con profesores a quienes les gusten las matemáticas, con vocación creativa y maneras extraordinarias de transmitir el conocimiento, dijo en entrevista para *Obsidiana*, la primera mujer en dirigir la Unión Matemática Internacional (IMU, por sus siglas en inglés), la doctora Ingrid Daubechies.

"En la unión de esos tres factores es donde se encuentra la diferencia en la educación. Hasta el momento, lo que observo es que en muchos casos tratan de hacer recetas sistemáticas que puedan incidir en una mejor enseñanza, sin embargo, enseñar con reglas inflexibles ocasiona que los estudiantes se aburran y no aprendan.

"Sólo hay una forma en que un maestro puede conectar con sus estudiantes: depende en su totalidad de qué tan enamorado está el docente de la materia que imparte. Se tiene que trabajar por formar y conseguir expertos que puedan enseñar a los niños en muchas circunstancias diferentes", puntualizó la doctora Daubechies, quien también es la primera mujer profesora titular de Matemáticas en la Universidad de Princeton que ganó el Premio Frederic Esser Nemmers en Matemáticas.

La doctora Ingrid Daubechies opina que debe generarse un cambio de paradigma en los métodos de enseñanza de las ciencias y las matemáticas*.

Wavelets y sus aplicaciones

Las ondículas (o *wavelets*, en inglés) son una herramienta matemática que permite, entre otras muchas aplicaciones, comprimir datos y recuperarlos casi sin perder información.

Cuando trabajaba como investigadora adjunta en el Instituto Courant de Ciencias Matemáticas (división independiente de la Universidad de Nueva York), la doctora Ingrid realizó una de las aportaciones más importantes al mundo de las matemáticas y las ciencias. Al basarse en la tecnología de filtro de espejo en cuadratura, construyó ondículas continuas de soporte compacto, que requerirían sólo una cantidad finita de procesamiento permitiendo, de esta manera, que la teoría de las ondículas entrara en el ámbito del procesamiento de señales digitales.

*Panorama en México

Como lo muestra la última prueba del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (Planea), que aplicaba el ahora extinto Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) en México, 65% de los alumnos de secundaria son incapaces de solucionar problemas matemáticos de quinto grado de primaria; sólo un 14% de ellos puede lograrlo. Además, un 11% en nivel medio superior mostró un desempeño satisfactorio en la materia.

Asimismo, el promedio de las pruebas PISA (el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos de la OCDE) 2018 en América Latina fue de 487 puntos en lectura, 489 puntos en matemáticas y 489 puntos en ciencias. Nuestro país es superado por países como Chile (417 puntos) y Uruguay (418 puntos). En la prueba matemática, México obtuvo 409 puntos, de manera internacional supera a países como Panamá (353 puntos), Indonesia (379 puntos) y Marruecos (368 puntos), pero se sitúa por debajo de naciones como Kazajistán (423 puntos) y Azerbaiyán (430 puntos).

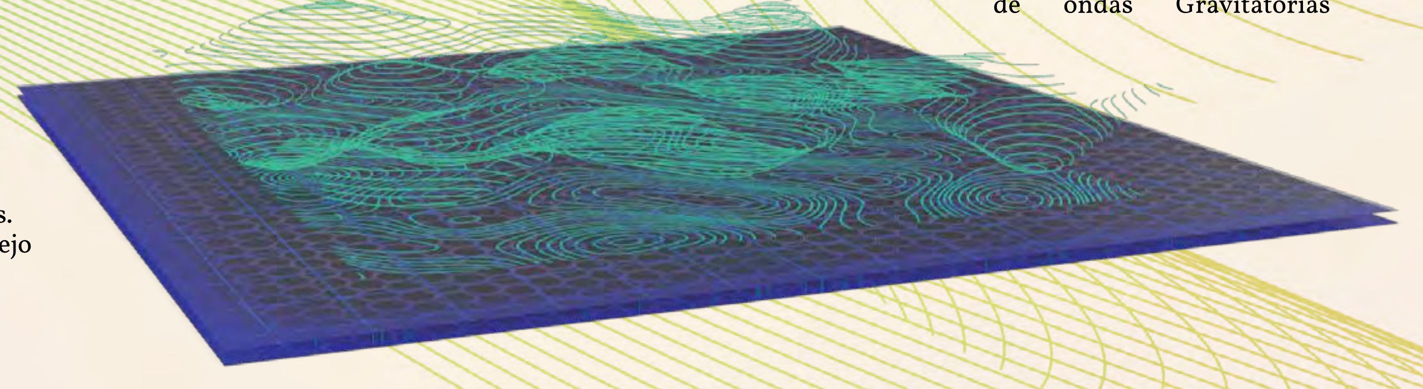
Las *wavelets* permiten comprimir datos y recuperarlos casi sin perder información.

Para 1988, Ingrid Daubechies planteó la ondícula ortogonal con soporte compacto (conocida como ondícula Daubechies); tan sólo unos años después, en 1992, propuso la biortogonal, también conocida como ondícula cdf (Cohen-Daubechies-Feauveau), que se emplea para el formato de compresión de imágenes jpeg 2000 o para codificar bases de datos de huellas dactilares.

Entre las aplicaciones que se han realizado a partir de este desarrollo matemático se encuentran las de la Oficina Federal de Investigación (FBI, por sus siglas en inglés), que las utiliza para la compresión de imágenes de huellas dactilares, lo cual permite la interoperabilidad entre agencias y garantiza un acceso eficiente a los servicios de información de justicia penal.

Además, sin la teoría de las ondículas no habría sido posible detectar las ondas gravitacionales. Einstein pronosticó que algo especial sucede cuando dos cuerpos, como planetas o estrellas, orbitan entre sí. La explicación en ese momento era que este tipo de movimientos podrían causar ondulaciones en el espacio, como las que se producen en un estanque cuando lanzamos una piedra; a estas ondulaciones los científicos las llamaron ondas gravitatorias.

Como en prácticamente cualquiera de sus postulados, Einstein tuvo razón. En 2015 se detectaron ondas gravitatorias por primera vez, para lo cual se ocupó el Observatorio de ondas Gravitatorias



Crédito: Duke Media Services

Sin la teoría de *wavelets* no habría sido posible detectar las ondas gravitacionales.

por Interferometría Láser (LIGO, por sus siglas en inglés). Las ondas gravitatorias detectadas se produjeron cuando dos agujeros negros chocaron entre sí. La colisión ocurrió hace 1.3 millones de años, pero las ondulaciones fueron detectadas por científicos hasta 2015.

Esa primera detección de ondas gravitatorias fue un evento trascendental, pues antes de ello casi todo lo que se sabía acerca del Universo provenía del estudio de las ondas de luz. Ahora tenemos una nueva forma de aprender sobre el Universo: estudiando las ondas de gravedad.

Hay una cantidad diferente de ondículas disponibles con diferentes propiedades de procesamiento de señales, como: soporte compacto, simetría, regularidad y momentos de fuga. Son adecuadas para la eliminación de ruido de señales, detección de discontinuidades y puntos de ruptura en una señal, compresión de imágenes, identificación de frecuencias puras.

Es decir, las *wavelets* generaron un cambio de paradigma en el desarrollo del conocimiento. También tienen otras muchas aplicaciones en nuestra vida cotidiana como la detección oportuna de terremotos, detección oportuna de tumores, la meteorología, el estudio del ADN, los análisis de sangre, compresión de video, análisis de datos acústicos, ingeniería nuclear, neurofisiología, música, resonancia magnética, óptica, fractales, entre otras.

Duke Summer Workshop in Mathematics

La doctora Ingrid Daubechies, quien en 2020 se hiciera merecedora del Premio Princesa de Asturias de Investigación Científica y Técnica (galardón entregado por el heredero al trono español), ha mostrado siempre un gran interés por promover la enseñanza de las matemáticas. En el verano de 2016, junto con la profesora asociada Heekyoung Hahn, creó el *Duke Summer Workshop in Mathematics* (Taller de Verano de Duke sobre Matemáticas) para mujeres cursando el último año de secundaria.

"Las matemáticas son un campo de estudio donde no hay muchas niñas y, si a eso sumamos que cuando esas niñas comparten un salón de clases con otros compañeros que no tienen el mismo desarrollo matemático que ellas, se puede convertir en una experiencia poco agradable. Ser señalado, o no tener amigos con los que te gustaría salir para hablar de estos temas puede tener un impacto negativo en estos alumnos.

"Con este programa, las chicas que vienen tienen por primera vez la oportunidad de estar en un salón lleno de mujeres jóvenes e inteligentes a las que les gustan las matemáticas. Es muy emocionante porque no es una experiencia que hayan tenido antes, lo cual les permitirá aprender de una manera distinta. Una sensación de no estar solo y tener un grupo de posibles amigas con intereses similares", expuso Ingrid Daubechies, doctora con una producción científica que comprende más de un centenar de artículos publicados, acumulando 102 mil 900 citas.

Doctorado *Honoris Causa* de la UNAM

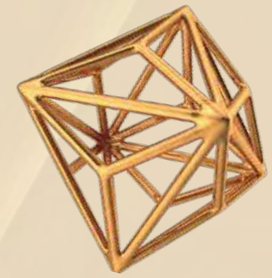
En términos de lo dispuesto por los artículos 3° y 4° del Reglamento del Reconocimiento al Mérito Universitario, el Consejo Universitario de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM) está facultado para conferir, a propuesta del Rector, el grado de Doctor *Honoris Causa* a profesores o investigadores mexicanos o extranjeros con méritos excepcionales, por sus contribuciones a la pedagogía, las artes, las letras o las ciencias, o a quienes hayan realizado una labor de extraordinario valor para el mejoramiento de las condiciones de vida o el bienestar de la humanidad.

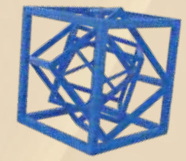
En 2022, Ingrid Daubechies recibió dicho reconocimiento. "Fue para mí realmente conmovedor recibir el doctorado *Honoris Causa* de la UNAM. He recibido galardones de otros lugares, pero para mí hay una conexión muy especial con esta universidad y con México.

"He tenido estudiantes mexicanos que estaban encantados con el hecho de que se otorgara este reconocimiento, lo cual yo agradezco profundamente. Mi esposo y yo estamos ahora comunicándonos con la universidad porque queremos hacer una visita que rinda muchos frutos el próximo año", concluyó la doctora Ingrid Daubechies en la entrevista para *Obsidiana*.

El proyecto *Mathemalchemy* celebra la creatividad y la belleza de las matemáticas. Fue concebido en 2019, como una idea de la matemática Ingrid Daubechies y la artista de la fibra Dominique Ehrmann. ¡Conócelo, aquí!

CÍRCULOS MATEMÁTICOS: EL PLACER DE RAZONAR





Laura Ortiz Bobadilla
INSTITUTO DE MATEMÁTICAS, UNAM

www.circulosmatematicos.matem.unam.mx/ circulosmatematicos@im.unam.mx

Cuando hablamos de las deficiencias en la educación en nuestro país solemos perder de vista que una parte de nuestro sistema educativo arrastra una marcada sanción al error. Esta manera de proceder desconoce que uno de los pilares del aprendizaje está en cometer errores al momento de explorar lo que nos rodea; el miedo a la equivocación produce inseguridad y, a largo plazo, fragilidad e inmovilidad.

Otra carga que nos aqueja es la velocidad. En estos momentos tan cambiantes, pareciera que es un atributo *per se*; sin embargo, el cuestionar y cuestionarse, el observar desde distintas perspectivas, buscar la expresión más simple de las cosas sin que se pierda la esencia, entender y desentrañar los sutiles eslabones de un problema, requieren de todo menos de velocidad.

La suma de la sanción al error y la proclividad por la velocidad provocan la aparición de conductas contrarias al aprendizaje: la memorización indiscriminada y la mecanización. Estos procesos, aunados a la saturación de información, han hecho merma en nuestra capacidad de pensar.

Es habitual encontrar en jóvenes y adultos una tendencia a la imitación, a la repetición sin mayor reparo de caminos o estrategias aprendidas. Así, en esta dinámica, hemos olvidado la importancia de la pausa y del pensar.

Ante esta situación surgió el proyecto *Círculos Matemáticos del Instituto de Matemáticas* de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM). Su objetivo principal es despertar e infundir en los jóvenes la confianza en su propio razonamiento, así como el respeto de sus propios tiempos.

Desplazar la noción de éxito basada en la velocidad y las actitudes competitivas, y comprender que el error es algo inherente al proceso de aprendizaje, hace que los individuos recuperen la confianza en sí mismos y se atrevan a proponer y explorar caminos. Esto trasciende al mundo de las matemáticas y se lleva a la vida misma.

El objetivo de Círculos Matemáticos es despertar en los jóvenes la confianza en su propio razonamiento.

En 2016, con el apoyo del entonces director del Instituto de Matemáticas (IM) de la UNAM y del secretario académico, un grupo de voluntarios —investigadores, matemáticos y alumnos— dio inicio al proyecto *Círculos Matemáticos del Instituto de Matemáticas*, siguiendo las líneas de la experiencia de proyectos afines que tuvieron su origen, a mediados del siglo XX, en la Unión Soviética y en Europa del Este.

Uno de los pilares del aprendizaje está en cometer errores al momento de explorar lo que nos rodea.

¿En qué consiste esta experiencia? Un grupo de matemáticos y estudiantes se reúne periódicamente para trabajar de manera conjunta, dentro de un ambiente no coercitivo y de no competencia, en la resolución de problemas, juegos y actividades que demandan comprensión y creatividad.

Se trabaja con contenido matemático profundo, de forma lúdica y accesible, y se abordan temas matemáticos que no suelen estar en los planes de estudios de educación preuniversitaria. Las actividades están dirigidas a estudiantes y docentes de educación preuniversitaria (secundaria y preparatoria).

La respuesta ha sido muy positiva por parte de los participantes, tanto de instituciones públicas como de privadas: algunos estudiantes o docentes llegaron para participar desde lugares lejanos dentro de la Ciudad de México (Milpa Alta, Tláhuac y Vallejo, entre otros), o bien, desde Morelos y el Estado de México (Cuautitlán-Izcalli, Tepotzotlán, Ixtapaluca).

La situación sanitaria en el país y en el mundo obligó a implementar el proyecto a distancia. Durante ese periodo de tiempo, las actividades se enfocaron en los docentes. Los resultados fueron sorprendentes y muy positivos, se logró llegar a distintos rincones del país. En particular, se tuvieron experiencias sumamente enriquecedoras con docentes de Veracruz, Ciudad de México, Oaxaca y Guanajuato.

Algunos de los profesores incluso compartieron las experiencias de clase; como docentes, rompieron paradigmas y reportaron resultados alentadores en la actitud de sus estudiantes: observaron que éstos se detienen ahora a analizar y razonar lo que se les plantea, hacen preguntas para aclarar sus dudas, todos plasman sus ideas dibujando, escribiendo, borrando. Dejaron de lado el temor a equivocarse y experimentaron el error como una herramienta para el aprendizaje; sin competir entre ellos y concentrados en el razonamiento y tiempos propios.

Después, de manera natural, se intercambian ideas, se discuten estrategias, reflexionan sobre sus propuestas y las mejoran. Aprenden en la práctica a valorar sus propios razonamientos y los de sus compañeros. Además esperan y acompañan los de quienes se detienen a analizar algo con otra perspectiva. En el intercambio de ideas y estrategias, desarrollan también su capacidad de comunicación y sus habilidades de argumentación.

Hay casos en los que, alumnos que usualmente son retraídos o que muestran desinterés por las matemáticas, se han vuelto participantes entusiastas y marcadamente activos. Otros discuten incluso fuera de los horarios de clase o manifiestan su desencanto porque las sesiones no tengan una mayor duración. Ven, sienten y comprenden que el placer por el proceso de razonar es mucho mayor que la solución misma.

Comparto tres problemas cortos que forman parte de los que utilizamos para esperar a que lleguen todos los participantes a la sesión del día, o bien, como "comodín" entre distintas actividades:

PROBLEMA 1
Un caracol azul cobalto busca trepar un acantilado de 10 metros de altura. Cada día trepa 50 cm, pero durante la noche, mientras duerme, se desliza 40 cm hacia abajo. ¿Cuánto tiempo le llevará llegar a la cima del acantilado?

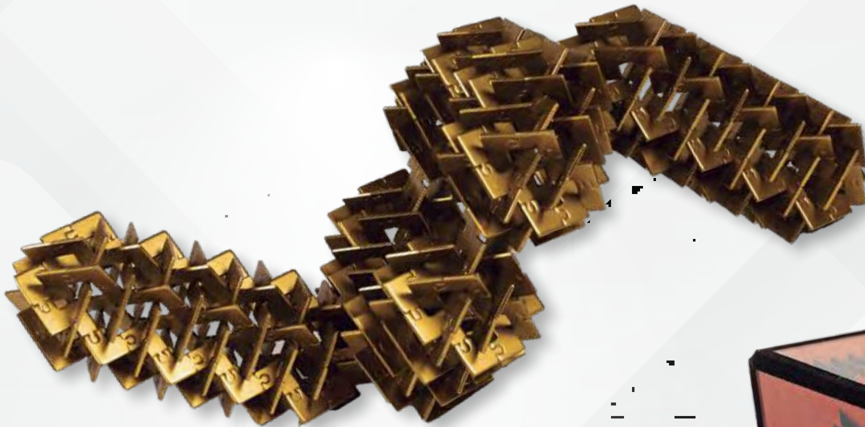
PROBLEMA 2
Ruot hace la siguiente afirmación: «El día antes de ayer tenía 15 años, pero cumpliré 18 el próximo año». ¿Es esto posible?

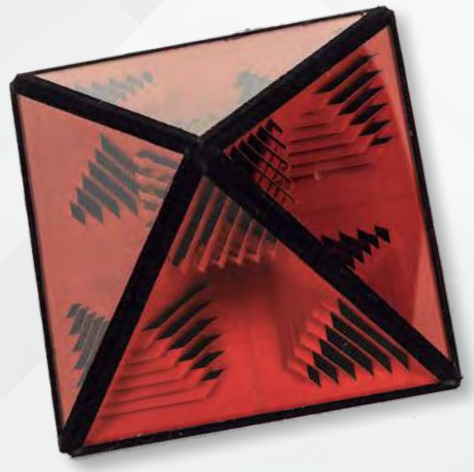
PROBLEMA 3
Una tortuga organiza un círculo de lectura e invita a los animales vecinos. Tres leones y tres jabalíes quieren acudir, pero deben cruzar un río para poder llegar con la tortuga. Afortunadamente hay una pequeña barca con la que pueden cruzar. Sin embargo, en ella caben a lo más dos animales simultáneamente.

No es tan simple como proponer que uno de los animales se dedique a remar de una orilla a otra, transportando a sus compañeros. Si en algún momento, en cualquier lado del río, la cantidad de leones supera a la cantidad de jabalíes, entonces el instinto de los leones se impondrá y las cosas no acabarán bien para los jabalíes. ¿Existirá alguna manera en la que todos los animales crucen a salvo y logren llegar con la tortuga?

Si quieres corroborar tus respuestas, envía un correo a **obsidianadigitalmx@gmail.com** y/o **circulosmatematicos@im.unam.mx.**

Todos los problemas que se usan en *Círculos Matemáticos del Instituto de Matemáticas* están incluidos en el libro *Por la senda de los círculos*, de Cecilia Neve y Laura Rosales, y forma parte de la *Colección Papirhos* del Instituto de Matemáticas de la UNAM.





ALBA ROJO

Nació en la Ciudad de México en 1961 y fue hija de la editora Alba Cama y del conocido pintor y escultor Vicente Rojo. Alba estudió matemáticas en la facultad de ciencias de la UNAM entre 1981 y 1986, mientras sus genes artísticos la llevaban a incursionar en otros caminos, particularmente en la escultura. Supo conjugar ambos mundos, resultando en un trabajo artístico muy bello y único.

Ella escribió: "[Estudiar matemáticas me ha dado] razonamiento lógico, una forma de deducir las cosas, de verlas de otra manera que no tendría si no las hubiera estudiado. Te crea una estructura así como lógico-mental". —Alba Rojo Cama, *La Jornada*, 5 de agosto de 2013.

A lo que su hermano añadiría: "Su trabajo creativo geométrico-matemático era muy sorprendente. En su momento con un *cutter* hacía incisiones en un papel, después lo plegaba, dando por resultado objetos verdaderamente inusitados. Luego, esas esculturas en papel las llevó al metal, la madera y el plástico. Sus últimos trabajos fueron unas cajas con doble vista, en las que se podía apreciar el anverso y el reverso de esas esculturas". —Vicente Rojo, *La Jornada*, 17 de agosto de 2016.

Alba expuso en múltiples galerías, en diversas partes del país. Su *Obelisco rojo* (2000), es una escultura monumental, en metal, de 3.20 metros de altura, que se encuentra en la facultad de ciencias físicas y matemáticas de la Universidad Autónoma de Coahuila.

El último gran proyecto artístico de Alba fue el *Calendario Matemático 2016, un reto diario*, que ilustró con bellas imágenes de sus obras. En palabras de Rafael Martínez Enríquez, "Alba Rojo Cama es especial, forma parte de una muy selecta y poco difundida especie que conjuga dos sapiencias: la del matemático y la de ser capaz de construir formas bellas. En ella se fusionan la intuición geométrica y la inspiración que hacen de las formas poesía espacial. Las líneas rectas o planos que se extienden, fusionándose puntualmente, siguiendo su destino manifiesto en acto, formando ángulos y marcando fronteras, creando así espacios abstractos donde la solidez se percibe en la unión de materia y vacío, de luces reflejadas y oscuridades que transitan entre ser materia oscura o ausencia de luz. Alba tensa las formas y las traduce en geometría, y nuestra mirada, cómplice del logos, penetra en la naturaleza de lo bello".

En 2017, la Fundación Sebastián organizó una exposición en su honor. Alba falleció el 16 de agosto de 2016, a los 55 años, víctima de un cáncer, dejando dos hijas y un bello legado, tanto artístico como humano.

JULIA CARRILLO

@juliacarrilloescalera www.juliacarrillo.mx

Julia Carrillo es una artista multidisciplinaria con una amplia formación científica. Sus proyectos surgen de cuestionamientos sobre nuestra percepción del mundo y las herramientas que hemos construido para observarlo, comprenderlo, investigarlo y representarlo. A través del análisis y construcción de artefactos que extienden nuestras capacidades, Carrillo ha creado un cuerpo de obra que aborda la escultura, la instalación, la arquitectura, la fotografía y el performance.

Estudió matemáticas en la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), una maestría en artes visuales en la Academia de San Carlos y cursó estudios en la Escuela de Artes Visuales de Nueva York (SVA).

Ha sido beneficiaria del Programa Arte, Ciencia y Tecnologías FONCA-UNAM, del Programa de Apoyo a la Producción e Investigación en Arte y Medios (PAPIAM) del Centro Nacional de las Artes (CNA), y en tres ocasiones formó parte del programa Jóvenes Creadores del Fondo Nacional para la Cultura y las Artes (FONCA). Actualmente es investigadora en el Centro de Ciencias de la Complejidad en la UNAM.

Ha participado en varias residencias artísticas, entre ellas: *Art Omi* en Nueva York; *MMCA International Artist Fellowship Program* del Museo Nacional de Arte Moderno y Contemporáneo de Corea; Laboratorio Arte A.C. del Tecnológico de Monterrey; *Flux Factory* en Nueva York.

Muestras individuales y colectivas de su trabajo se han expuesto en Estados Unidos, México, Cuba, Colombia, Chile, Bolivia, Argentina, Italia, España, Alemania, Inglaterra y Corea. Su obra forma parte de importantes colecciones como la del Museo de Arte Contemporáneo de Monterrey (MARCO); Fundación Arte Abierto: Art OMI; Colección FEMSA y Universum Museo de las Ciencias de la UNAM.

"Para mí, el arte y la ciencia son una unidad sin frontera determinada. Un espacio donde me siento cómoda para conocer diferentes partes de un mismo fenómeno".

Ese punto en el espacio
2021
espejos, madera
100 x 100 x 280 cm

Vista de sala de la exposición *Luz instante* en Arte Abierto
Foto: Hojarasca
© Arte Abierto y Julia Carrillo

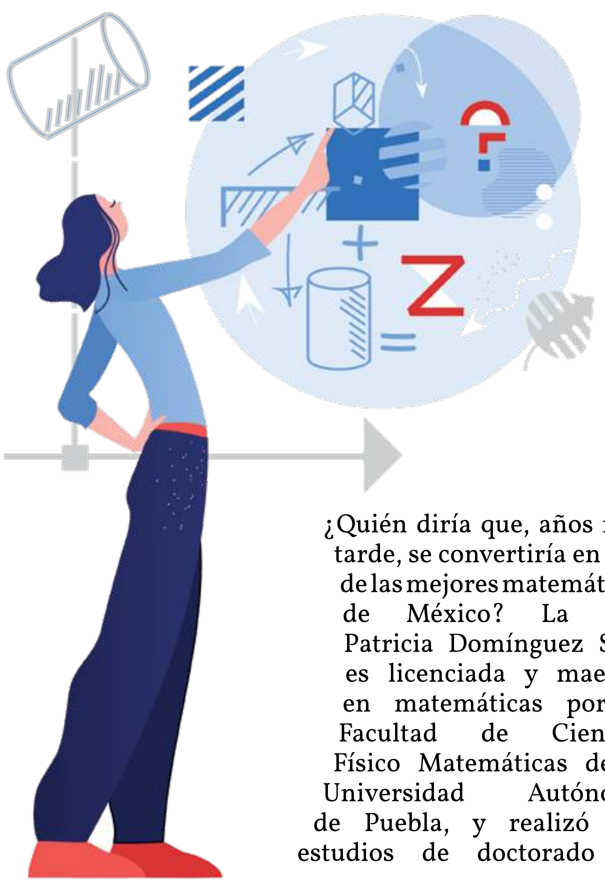
Into the light
2022
agua, fuente lumínica, sistema hidráulico
5 x 4.5 x 6 m

Vista de sala de la exposición *Luz instante* en Arte Abierto
Foto: Óscar Caballero
© Arte Abierto y Julia Carrillo

PATRICIA DOMÍNGUEZ SOTO

Crédito de fotografía: Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Cuando cursaba la primaria, Patricia Domínguez no era muy buena en matemáticas. "En sexto año no podía hacer una raíz cuadrada, no ponía atención a la clase porque no entendía lo que estaba pasando y tenía maestros muy estrictos", confesó ella misma. Afortunadamente, todo cambió cuando, en la secundaria, tuvo un profesor que le enseñó matemáticas con un estilo ameno, divertido. Gracias a él, Patricia pudo comprender esos conceptos que tanto trabajo le costaba asimilar en la primaria.



¿Quién diría que, años más tarde, se convertiría en una de las mejores matemáticas de México? La Dra. Patricia Domínguez Soto es licenciada y maestra en matemáticas por la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Universidad Autónoma de Puebla, y realizó sus estudios de doctorado en el departamento de matemáticas del *Imperial College of London*, en Inglaterra. Hizo una estancia postdoctoral en el Instituto de Matemáticas de la UNAM y después obtuvo una beca del Ministerio de Educación y Cultura de España para una estancia de investigación en la Universitat de Barcelona.

Patricia considera que la matemática juega un papel muy relevante en la vida diaria de cualquier persona, "de forma básica, cuando pagamos un café, un pan de dulce o una comida, y de forma más compleja cuando las matemáticas se usan en medicina, ingeniería, ciencias sociales, ciencias naturales, etcétera".

> "Cada individuo puede alcanzar su máximo potencial si recibe la motivación y la instrucción necesarias.

La Dra. Domínguez es profesora en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP). Pertenece al Sistema Nacional de Investigadores (SNI II); tiene más de 30 artículos científicos publicados; ha dirigido 37 tesis, entre ellas, 6 de doctorado; y ha impartido cursos de licenciatura desde 1987 y de posgrado desde 2000.

En todos estos años de trabajo, la mayor motivación de Patricia Domínguez son sus alumnos. Ve a cada uno de ellos como una fuente de potencial para la sociedad; para ella, el futuro depende de la educación, que es la puerta hacia el conocimiento.

Su labor ha traspasado las aulas, pues Patricia ha organizado seminarios, talleres y congresos relacionados con su área de investigación (dinámica holomorfa); ha realizado estancias de investigación en diversos centros y universidades del mundo; impartido conferencias y talleres de divulgación para diferentes niveles de educación; y ofrecido conferencias de investigación en diferentes congresos y universidades. Por su labor, en 2018 obtuvo la Presea Estatal de Ciencia y Tecnología del Estado de Puebla.

"Investigar sobre un teorema y llegar a una conclusión que aún no ha sido demostrada, es algo que me apasiona. Puedo estar en un café dos o tres horas trabajando con lápiz y papel y olvidarme de todo lo demás".

Patricia es promotora de la divulgación científica y, por esa razón, impulsó la creación de la revista cuatrimestral *Axolote*, de la Academia de Matemáticas de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la BUAP, siendo editora de la misma desde 2019. Participó como coordinadora local del 54° Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana (SMM) en Puebla, 2021. Actualmente es coordinadora científica del 56° Congreso Nacional de la SMM, que se realizará en San Luis Potosí este 2023.

Patricia Domínguez Soto está convencida de que cada individuo puede alcanzar su máximo potencial si recibe la motivación y la instrucción necesarias, así como le sucedió a ella con su profesor de matemáticas en la secundaria.

Fuentes

Patricia Domínguez Soto, una matemática comprometida con la educación de las nuevas generaciones. (2018, 9 octubre). BUAP. Recuperado 25 de mayo de 2023, de https://www.boletin.buap.mx/node/670

Domínguez Soto, P. (2015, 2 noviembre). *¿Qué hace un matemático?* Saberes y Ciencias. Recuperado 25 de mayo de 2023, de https://saberesyciencias.com.mx/2015/11/02/que-hace-un-matematico/

PARA REFLEXIONAR

La literatura y las matemáticas tienen mucho en común: ambas son disciplinas creativas, invitan a reflexionar y requieren de disciplina constante. Como ya hemos visto a lo largo de este número de ***Obsidiana***, las matemáticas son pieza clave para nuestro progreso como especie; son necesarias y muy apasionantes.

Todos podemos disfrutar de las matemáticas; tal vez sólo haga falta que las miremos con otros ojos. Por eso, compartimos aquí una pequeña selección de libros, tanto de divulgación como de corte académico, para que descubras su lado más fascinante. Si lo tuyo es la aventura y la buena lectura, no debes perderte estas obras.

El lenguaje de las matemáticas. Historias de sus símbolos
Raúl Rojas González
Fondo de Cultura Económica
Colección "La ciencia para todos"

Conoce cómo se modificó la notación matemática haciéndola más accesible.

e: historia de un número
Eli Maor
Conaculta / Libraria

Un excelente complemento para un curso de cálculo en el bachillerato o la licenciatura.

¿En qué espacio vivimos?
Javier Bracho
Fondo de Cultura Económica
Colección "La ciencia para todos"

¿Cuál es la forma del espacio, de la Tierra? ¿Qué otras formas son posibles? Excelente libro para abrir nuestra imaginación.

La poesía del universo. Una explicación matemática del cosmos
Robert Osserman
Conculta e INAOE

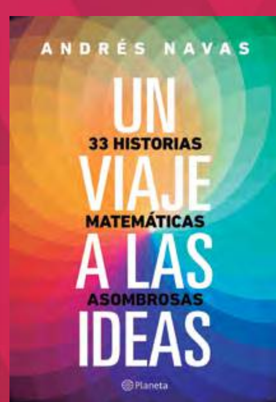
Si te interesa conocer las principales ideas matemáticas que han permitido a los astrónomos dar cuenta de la forma del Universo.

Dos o tres trazos
Silvestre Cárdenas Rubio
Instituto de Matemáticas, UNAM
Colección "Papirhos"

¡Triángulos y sus increíbles propiedades! Normalmente no se ven estos resultados en clases tradicionales de matemáticas.

Matemáticas de colores
Amanda Montejano
Fondo de Cultura Económica
Colección "La ciencia para todos"

Si quieres saber lo que siente un matemático al hacer matemáticas.



Un viaje a las ideas: 33 historias matemáticas asombrosas
Andrés Navas
Planeta

Desde Chile: fútbol, geopolítica, mapas y matemáticas.

Por la senda de los círculos
Cecilia Neve y Laura Rosales
Instituto de Matemáticas, UNAM
Colección "Papirhos"

Conoce los problemas discutidos en los Círculos Matemáticos.

¿INFINIDAD DE RESPUESTAS A PREGUNTAS FINITAS?

Azucena Galindo Ortega @mariagalio
ACTIVISTA DE LA PALABRA Y EL DIÁLOGO

Con la curiosidad y atracción que "el infinito" despierta, en mí y seguramente entre muchos más, llegué al documental *Un viaje al infinito* que la plataforma Netflix lanzó en septiembre de 2022.

Para algunos el infinito es angustiante, para otros es un campo de estudio e investigación apasionante, como es para los científicos y filósofos, nuestros anfitriones en este viaje. A lo largo del documental, ellos exponen sus hipótesis de estudio con base en preguntas y reflexiones con las cuales me sentí todo el tiempo interpelada. Mi aproximación a posibles explicaciones buscará florecer a lo largo de los días posteriores a este viaje por y hacia el infinito… me intriga el resultado.

Creo, como espectadora sin formación científica, que el acierto de este documental está en la intención de acercar de una manera un poco más "asequible" el tema, y para ello lo abordan por capas o capítulos, como: *el infinito ¿está en alguna parte?; ¿es pequeño?; ¿es rápido o es lento?; ¿es para siempre?;* para finalizar con un apartado de "conclusiones", si es que las pudiera haber (bajo mi comprensión aún no las hay).

Es un lujo tener una docena de estudiosos y científicos del campo de las matemáticas aplicadas y teóricas, la física pura y teórica, la filosofía y cosmología, cuyas líneas de investigación, publicación y divulgación confluyen en la teoría de la relatividad del tiempo-espacio de Einstein y la física cuántica en las que está implicado el infinito y lo infinito.

Todos estos científicos se han formado en instituciones de prestigio; algunos trabajan en centros de investigación y universidades en donde se cuida el rigor científico; además de que todos, en diferentes proporciones, han publicado en los campos de la investigación, ficción, no ficción y divulgación.

Un viaje al infinito tiene además el encanto de atraer la atención de científicos en potencia, de una franja amplia tanto de edad como de formación. Y más allá de los intereses que cada espectador pueda tener, ¿quién no se ha preguntado si el amor es infinito?, o ¿a quién no le inquietaría imaginar que pudiera haber otros "yos" en otras dimensiones viviendo de manera simultánea nuestra misma vida?